

EN HOMMAGE À HENRI CARTAN

Henri Cartan et la rue d'Ulm¹

Michel Demazure

Henri Cartan (Ulm, Sciences, 1923), né le 8 juillet 1904 à Nancy, est décédé à Paris le 13 août 2008, à l'âge de 104 ans.

À l'occasion de son centième anniversaire, la Société Mathématique de France et l'École normale supérieure avaient organisé en commun une Journée salle Dus-sanne. Nous remercions la SMF qui nous a permis d'emprunter nombre d'éléments au dossier mis en ligne à cette occasion et que l'on pourra consulter sur son site.²

Henri naît à Nancy où enseigne son père Elie Cartan (1869-1951, Ulm 1888), fondateur de la géométrie différentielle moderne. Il rejoint Paris lorsque son père est nommé à la Sorbonne et à l'École de physique et chimie de Paris. Il fréquente le lycée Buffon à Paris, puis le lycée Hoche à Versailles.

Il entre à la rue d'Ulm en 1923, passe l'agrégation en 1926 et soutient sa thèse en 1928, sous la direction de Paul Montel³. Il est alors nommé au lycée Malherbe de Caen, puis l'année suivante à la faculté des sciences de Lille. Il est nommé à Strasbourg en novembre 1931 et y exerce jusqu'en septembre 1939, où l'université se replie à Clermont-Ferrand. Enfin, en novembre 1940, très jeune pour l'époque, il est nommé maître de conférences de mathématiques générales à la faculté des sciences de Paris et chargé de l'enseignement des mathématiques à l'École normale supérieure. Il y exerce de 1940 à 1965, à l'exception de deux années (45-47) où il est détaché à la faculté des sciences de Strasbourg. En 1965, il quitte ses fonctions à la rue d'Ulm, restant professeur à la faculté des sciences de Paris. Enfin en 1969, il est nommé professeur à la faculté des sciences d'Orsay, indépendante de Paris depuis 1965, embryon de la future Université de Paris-Sud créée en 1970, d'où il prendra sa retraite en 1975.

Les deux passages d'Henri Cartan à la rue d'Ulm, comme élève, puis comme professeur vont se révéler capitaux pour les mathématiques, à l'École, en France et dans le monde.

D'abord, c'est un groupe de normaliens des promotions 1922 (Jean Delsarte, André Weil), 1923 (Henri Cartan, Jean Coulomb, René de Possel) et 1924 (Jean

¹ Nous remercions la revue *Archicube* qui nous a autorisé à publier cet article qui paraîtra aussi dans son n° 6 en juin 2009.

² <http://smf.emath.fr/VieSociete/Rencontres/JourneeCartan/NoticeCartan.html>

³ Bien que peu significative dans le cas d'Henri Cartan, sa généalogie mathématique est la suivante : Paul Montel (Ulm 1894) a eu comme directeur de thèse Emile Borel (Ulm 1889), élève de Gaston Darboux (Ulm 1861), élève de Michel Chasles (X 1812), élève de Siméon Denis Poisson (X 1798), élève de Joseph Louis de Lagrange, immense... et sans diplôme.

Dieudonné, Charles Ehresman), animé par Weil et Cartan, complété de Claude Chevalley (Ulm 1926) et Szolem Mandelbrojt, qui constituera en 1935 le groupe Bourbaki⁴, symbolisant le renouveau des mathématiques françaises. L'élimination massive des scientifiques français au front lors de la première guerre mondiale avait en effet laissé les jeunes mathématiciens français isolés, sans prédécesseurs immédiats⁵, ne trouvant comme répondants parmi les mathématiciens français que ceux du siècle passé – à l'exception notable d'Elie Cartan et de Salomon Hadamard (Ulm 1884) – au moment même où des courants novateurs émergent à l'étranger, et avant tout en Allemagne.

Ainsi, Weil va d'abord en Italie, puis en Allemagne, notamment à Göttingen, avant de revenir soutenir à Paris sa thèse en 1928. Cartan, lui, établit en 1931 des relations suivies avec ses collègues allemands, qu'il poursuit à travers la seconde guerre mondiale⁶ et pendant toute sa vie. Comme l'écrira en 1994 Martin Grötschel, président de la DMV⁷, à l'occasion de la nomination de Cartan comme membre d'honneur de la DMV :

« Il y a 63 ans, en juin 1931, vous êtes venu à Münster pour y donner des conférences. C'est ainsi qu'ont débuté vos étroites relations scientifiques et personnelles avec Heinrich Behnke et son école d'analyse complexe, [...] L'amitié qui vous liait à Heinrich Behnke a survécu au temps de la terreur nazie et à la guerre; dès 1946 vous veniez à Oberwolfach et en 1947 de nouveau à Münster. Vous avez ainsi donné à beaucoup de mathématiciens allemands, et surtout aux plus jeunes, le sentiment que malgré les malheurs que l'Allemagne avait infligés au monde, ils n'étaient pas exclus de la communauté internationale des mathématiciens. Par là-même, vous avez, dans les incertitudes de l'après-guerre, donné à beaucoup de nos collègues force et courage [...] »

La situation universitaire parisienne n'a guère changé lorsque Cartan prend la direction des études mathématiques de la rue d'Ulm en novembre 1940. L'arrivée de l'hirondelle Cartan ne fait pas pour autant le printemps à la Sorbonne; songeons par exemple qu'il devra attendre 1955 pour qu'un second mathématicien de la nouvelle école, Gustave Choquet (Ulm 1934) le rejoigne à Paris. Mais c'est le point de départ d'une révolution qui, en une quinzaine d'années, bouleversera complètement la donne, remettra les mathématiques françaises à leur place historique, l'une des toutes premières, et fera de Paris la capitale mathématique du monde tout au long des années 50 et 60.

Qu'on en juge simplement par cet échantillon de normaliens, ceux dont il a dirigé les thèses : Roger Godement (promotion 1940), Jean-Louis Koszul (1940), René Thom (1943) Jean-Pierre Serre (1945), Jean Cerf (1947), Jean-Paul Benzécri (1950), Pierre Cartier (1950), Adrien Douady (1954), Max Karoubi (1959), Jean-Pierre Ramis (1962). Certes, avec sa modestie habituelle, il a déclaré « *Beaucoup*

⁴ Le nom de Bourbaki avait été introduit à l'occasion d'un canular par Raoul Husson (Ulm, 1923).

⁵ Weil parlera d'une « génération sans maîtres », Cartan d'un « vide ».

⁶ Notamment pour essayer d'obtenir des nouvelles de son frère physicien Louis, arrêté et déporté en 1943 pour faits de résistance. Louis fut exécuté en décembre 1943, mais sa famille n'apprit sa mort qu'en mai 1945.

⁷ Deutsche Mathematiker Vereinigung, association professionnelle des mathématiciens allemands.

d'entre eux [les élèves de l'École] ont préparé des thèses sous ma direction. On dit habituellement "direction", mais dans ce cas, ma "direction" consistait à comprendre ce qu'ils avaient en tête. Alors, j'apprenais beaucoup. » Comme me l'a écrit Jean-Pierre Serre, « *La tradition de l'époque – qui a duré jusque vers 1955-1960 – était de ne pas donner de sujet de thèse. C'était typique avec Cartan : il ne suggérait rien, mais il aidait une fois qu'on avait commencé.* » Mais, comme le savent tous ceux qui ont eu le bénéfice de rédiger un texte devant lui être soumis, aucun mot, aucune virgule n'échappait à sa vigilance.

À l'École, son action et son attention ne se limitent évidemment pas à ses thésards, ni aux seuls mathématiciens. Il donne chaque année un cours aux trois promotions, et donc à tous les scientifiques en première année. Écouter un cours de Cartan ne laisse pas indifférent. Jean-Pierre Serre en témoigne : « *Je suis entré à l'ENS en 1945 et pendant les deux premières années⁸ je n'ai eu droit qu'à des cours par Bouligand et Janet, qui étaient aussi peu enthousiasmants que possible (ceux de la Sorbonne n'étaient pas meilleurs). Ce n'est que dans ma dernière année (la 3^e) que j'ai eu des cours de Cartan, accompagnés d'un séminaire. La différence était saisissante : enfin quelqu'un qui racontait des maths!* » Pour Gérard Debreu (promotion 1941), prix Nobel d'économie en 1983 : « *Of all the teachers I had during that period, Henri Cartan was the most influential. Indirectly, N. Bourbaki also fashioned my mathematical taste.* »

Cartan suit chaque élève attentivement, comme en témoignent ses célèbres petits carnets, restés confidentiels, dans lesquels il conserve les notes obtenues aux devoirs qu'il pose, les impressions qu'il tire de leurs exposés, etc. C'est ainsi que l'archicube physicien Etienne Guyon, nommé directeur de l'École en 1990, a vu Cartan lui faire part de ses commentaires recueillis 45 ans plus tôt. C'est aussi à l'École que se tient le séminaire Cartan, chaque lundi après-midi, pendant 15 ans, entre 1948 et 1964. Chaque année, un nouveau thème est choisi. Les exposés sont faits par Cartan, par d'autres mathématiciens établis et par des plus jeunes ; à la fin de l'année, les textes écrits, soigneusement revus par Cartan, sont dactylographiés puis publiés. Il n'y a guère de bibliothèque spécialisée dans le monde qui n'ait son exemplaire des séminaires Cartan ; ce sont, encore aujourd'hui, des documents de référence indispensables.

Évidemment, l'action de Cartan ne se limite pas au périmètre de l'École. Ce bref texte passe sous silence quantités de thèmes pour lesquels on se reportera au dossier de la SMF : son apport personnel à la recherche mathématique, son rôle clé dans Bourbaki, ses responsabilités professionnelles aux niveaux national et international, son action pour les droits de l'Homme, notamment par la création du Comité des mathématiciens qui obtiendra la libération de mathématiciens injustement emprisonnés à travers le monde par des régimes totalitaires, son engagement dans le mouvement fédéraliste européen...

J'ai connu Cartan dans beaucoup de rôles : professeur, président de mon jury de thèse, président du département de mathématiques commun Paris-Orsay lors de mon élection à Orsay, « administré » lorsqu'il est venu à Orsay rejoindre le département dont j'étais directeur, et bien d'autres. Mais il y a une chose qui me fait toujours penser à lui avec tendresse, au delà de l'immense respect qu'il attirait

⁸ Comme nous l'avons dit plus haut, Cartan est à Strasbourg pendant les deux années universitaires 45-46 et 46-47.

spontanément, c'est son humour dévastateur dont les victimes ne se rendaient pas toujours compte.

Mon plus beau souvenir de lui est le suivant. Cela se passait pendant l'année 1956-1957. En prévision de l'Exposition universelle de Bruxelles 1958, un réalisateur, chargé de préparer un film sur la science française, vient tourner à l'École lors d'un cours de Cartan aux carrés mathématiciens, dont je faisais partie. Il installe sa caméra fixe au fond de la salle, tourne un moment en silence, puis interrompt Cartan :

« *Monsieur le Professeur, excusez-moi, mais il ne faut pas que vous écriviez sur la droite du tableau, car cela sort du champ.* »

« *Impossible* », lui répond imperturbablement Cartan, « *si je dois écrire une longue suite exacte,* » (c'était un cours de topologie, avec d'immenses diagrammes pleins de flèches qui remplissaient le tableau) « *je n'y penserai pas et je dépasserai.* »

Une longue discussion collective s'ensuit, où chacun fournit une solution si-possible abracadabrante, et d'où ressort *in fine* la décision de faire s'allonger un élève⁹ en travers devant le tableau, en dessous du champ de la caméra, pour marquer la limite. Le cours reprend. Heureusement le cinéaste au fond ne voit que nos dos, car nous avons de la peine à rester impassibles. Un peu plus tard, il intervient à nouveau et s'approche du tableau :

« *Excusez-moi, Monsieur le Professeur, mais si vous mettiez une flèche de ce côté-ci, par exemple là, cela ferait une image plus équilibrée.* »

« *Mais comment voulez-vous qu'il y ait une flèche là : cela voudrait dire qu'on pourrait envoyer ce groupe-ci dans celui-là. Or, si on prend l'exemple d'une sphère...* »

« *Monsieur le Professeur, ce n'est pas du tout ce que je voulais dire. Je voulais simplement faire remarquer que l'image sera très déséquilibrée.* »

« *Ce n'est rien. Je vais vous expliquer. Tout le monde peut comprendre : prenez une sphère...* »

Et ainsi de suite...

C'est pourquoi je pense que Cartan aurait apprécié certains titres de sa nécrologie dans les journaux américains comme ceux-ci :

« *Henri Cartan, a mathematician known for meticulous proofs ...* » ,

« *Founder of the Secret Society of Mathematicians* » ,

et surtout la première phrase de celui-là :

« *Henri Cartan, 104, [...], died Aug. 13 in Paris. No cause of death was reported.* »

⁹ À mon souvenir, Pierre Kaplan.