CARNET

Stanisław Łojasiewicz (1926-2002)

S. Łojasiewicz est mort le 14 novembre dernier. Je crois bien qu'alors, j'ai d'abord pensé à son rire, sonore et inimitable, que je n'entendrai plus ; j'ai ensuite associé son nom à celui de deux autres grands mathématiciens disparus peu de temps auparavant, Laurent Schwartz et René Thom, tant son œuvre se rattache à la leur.

S. Łojasiewicz était né à Varsovie le 9 octobre 1926. Je ne sais guère ce que fut sa vie avant 1945 ; nous n'en avions guère parlé ; il m'a juste dit une fois que, pendant la guerre, en Pologne, les lycées avaient été fermés par les nazis, et que les études étaient organisées de manière clandestine, dans des appartements privés.

À partir de 1945, il est étudiant, puis chercheur, à l'Université de Cracovie, où il demeurera toute sa vie ; il passe sa thèse en 1950 sous la direction de Ważewski sur le sujet suivant : « Sur l'allure asymptotique des intégrales d'un système d'équations différentielles au voisinage d'un point singulier » (Ce renseignement ainsi que d'autres m'a été fourni par K. Kurdyka, ce dont je le remercie très vivement).

Il s'intéresse ensuite à la théorie des distributions. Le travail qui le rendra célèbre et déterminera la suite de son activité, est la solution qu'il donne en 1957 du problème de la division des distributions posé par L. Schwartz.

Je rappelle ce dont il s'agit : étant donné un ouvert U de R^n, une fonction analytique réelle f sur U, et une distribution T sur U, existe-t-il une distribution S telle qu'on ait $fS = T$? Chez L. Schwartz, l'origine de ce problème était la suivante : soit P un opérateur différentiel linéaire à coefficients constants ; existe-t-il une distribution E (dite « solution élémentaire de E »), telle qu'on ait $PE = \delta$?

Il est naturel de chercher E tempérée (en fait, ce n'est pas le plus simple ; si l'on cherche seulement une distribution sans condition de croissance à l'infini la réponse est plus facile ; mais ceci sort de notre sujet). Pour trouver E tempérée, il est naturel de travailler sur les transformées de Fourier, et de résoudre l'équation $\hat{P}\hat{E} = 1$, $\hat{P}$ un polynôme, $\hat{E}$ une distribution tempérée ; en fait, le problème est local, car une distribution tempérée n'est rien d'autre qu'une distribution sur R^n, prolongeable à la sphère S^n (ou à l'espace projectif réel) ; il est alors naturel de ne pas se limiter à $T = 1$, ni à $f =$ un polynôme.

Le problème, qui paraissait très difficile à l'époque, fut résolu simultanément en 1957 par S. Łojasiewicz et L. Hörmander, ce dernier se limitant toutefois au cas des polynômes. Leurs méthodes diffèrent sur plusieurs points : tandis que Łojasiewicz traite directement le problème de la division, Hörmander montre un résultat équivalent par dualité : la multiplication par f a une image fermée dans les fonctions C^∞. Une autre différence est dans la stratification utilisée :

Hörmander utilise simplement la stratification par l'ordre des zéros, tandis que Łojasiewicz démontre et utilise une stratification beaucoup plus détaillée des zéros de f. Le point commun est l'inégalité reliant la croissance d'une fonction analytique à la distance à l'ensemble de ses zéros (inégalité triviale dans le cas complexe, beaucoup moins évidente dans le cas réel) ; dans le cas des polynômes elle peut se démontrer à l'aide d'un théorème d'élimination algébrique réelle de Tarski-Seidenberg ; dans le cas analytique, elle est plus délicate à établir et porte à juste titre le nom d'« inégalité de Łojasiewicz ».

Pendant que j'y suis, je signale une autre « inégalité de Łojasiewicz » plus subtile qui est relative à la comparaison d'une fonction analytique et de son gradient au voisinage de ses zéros (si bien que la terminologie donne quelquefois lieu à des confusions). Cette dernière inégalité a été notamment utilisée par Thom pour donner des majorations des nombres de Betti des variétés algébriques réelles. Dans le cas algébrique, les exposants intervenant dans les deux inégalités sont rationnels ; leur étude a donné lieu à de nombreux travaux.

Personnellement, j'ai eu à me servir de ce travail de deux manières ; d'une part pour une extension du théorème de division à des systèmes $f_i S = T_i$ (les T_i doivent alors vérifier une condition de compatibilité *i.e.* satisfaire les relations analytiques satisfaites par les f_i) ; d'autre part, dans le « théorème de préparation différentiable » conjecturé par R. Thom ; en gros dans les fonctions C^∞, il s'agit de remplacer une division exacte $\varphi = f\psi$ (φ et ψ de classe C^∞, et f analytique ; ceci est essentiellement un problème dual de la division des distributions) par une division avec reste. Dans les deux cas, le dévissage des ensembles analytiques donné par Łojasiewicz est si bien fait que ses méthodes s'appliquent presque sans changement. Je signale aussi que Łojasiewicz a donné ultérieurement une autre démonstration du théorème de préparation différentiable dans sa version forte due à J. Mather (dépendance linéaire du quotient et du reste). Cette démonstration repose sur une version du « théorème de Newton différentiable » dans le domaine complexe. De toutes les démonstrations qui ont été données de ce théorème c'est sans aucun doute celle que je préfère.

Comme je le disais plus haut, son travail sur la division des distributions a été le point de départ de ses travaux ultérieurs. En 1964, il publie une démonstration de l'existence d'une triangulation semi-analytique des ensembles semi-analytiques, travail fait en grande partie à Pise en 1962, où il avait été invité par A. Andreotti (pour être juste, je dois dire qu'une autre démonstration de ce théorème a été donnée simultanément par B. Gieseke). En 1964-65, il passe une année à Orsay et y donne un cours où il expose ses connaissances sur les ensembles semi-analytiques devant un auditoire passionné, incluant R. Thom et l'auteur de ces lignes. Ce cours ronéotypé par les soins de l'I.H.E.S, est resté la référence de base du sujet ; il n'a jamais été publié sous une autre forme.

Nous devions le revoir ensuite souvent en France notamment lors d'un séjour à l'I.H.E.S. en 1967-68. Il aimait voyager en Europe, Amérique du Nord et du Sud notamment ; il sillonnait infatigablement l'Europe en voiture allant surtout en Espagne, Italie et France (pendant longtemps, ces voyages se faisaient à bord d'une vieille Fiat polonaise qui rendait perplexe les garagistes occidentaux). Cependant il était très attaché à la Pologne et à Cracovie, malgré ses désaccords avec les gouvernements communistes, et aussi malgré des conditions de vie, en particulier de logement, assez difficiles. À ma connaissance, il n'a jamais envisagé de quitter son poste en Pologne et à Cracovie ; vu sa réputation, cela lui aurait été facile.

Depuis 1970, ses travaux se sont poursuivis dans la même direction et ont été prolongés par les travaux de ses nombreux élèves en Pologne et à l'étranger. Après l'introduction des ensembles sous analytiques par Gabrielov et Hironaka ce sujet a été aussi l'objet de son attention ; en particulier lui-même et ses élèves se sont attachés à étudier les ensembles sous analytiques en évitant autant que possible de se servir de la désingularisation. Il travaillait ces dernières années en collaboration, avec M.A. Zurro, à un exposé d'ensemble de ces sujets ; une première version résumée, en espagnol, a été publiée à Valladolid en 1992. Sa disparition brutale laisse ce travail inachevé ; mais si j'ai bien compris, la première partie est essentiellement terminée, et devrait être publiée prochainement ; cette publication sera le meilleur hommage à sa mémoire.

Bernard Malgrange

Disparition de Paul-André Meyer

Jeudi 30 janvier 2003, Paul-André Meyer est décédé d'un infarctus foudroyant. Cette disparition est celle d'un grand mathématicien, qui a transformé le paysage de la théorie des processus stochastiques en France et dans le monde.

Souvenirs

Lorsque j'ai appris la nouvelle le lendemain matin, par un courrier électronique de sa fille Thérèse, j'ai bien entendu été très triste, assommé par le caractère complètement inattendu de cet événement. Il y a quelques semaines à peine je conversais encore avec lui et il était comme toujours vif et gai.

Mais c'est surtout lorsque je me suis rendu à Strasbourg pour la cérémonie que j'ai été profondément bouleversé. En arrivant à Strasbourg même, au département de mathématiques ou en refaisant le chemin à pied jusque chez lui, tous les souvenirs sont revenus avec énormément de poids.

Je repensais à ce séminaire du mardi matin. Toutes les semaines nous nous retrouvions devant le tableau du quatrième étage de la tour I.R.M.A. Nous étions parfois 10 personnes, parfois 3 personnes, et nous écoutions Meyer. Il venait chaque fois avec un nouveau texte dactylographié : il avait démontré un résultat nouveau, ou alors il avait lu et entièrement réécrit un article d'un autre, ou encore il nous dispensait le 10^{e} chapitre de son cours sur les algèbres de von Neumann, les algèbres de Lie ou la théorie quantique des champs.

Je repensais à l'intérêt et à l'enthousiasme constant qu'il avait pour tout ce que je faisais. Je devais sûrement être la millième personne à lui montrer fièrement ses résultats, mais je crois bien que son intérêt était sincère, intact.