LIVRES

Pattern formation in biology, vision and dynamics
édité par A. Carbone, M. Gromov et P. Prusinkiewicz
World Scientific Publishing Co., 2000. 423 p. $ 111. ISBN 981-02-3792-8

It is common knowledge that Biology and Mathematics have enjoyed a fruitful interaction for many years with substantive results emerging in both fields. However, a new era has dawned. The depth and importance of mathematics in the biological sciences has reached another order of magnitude, and there is every reason to believe that in the twenty-first century the impact of the life sciences on mathematics will rival or exceed that of the physical sciences.

Many of us as mathematicians were educated in the culture of physics and engineering. In fact over the past two decades the sophistication of mathematicians in theoretical physics has grown impressively. However, relatively few of us are as deeply knowledgeable and cultured in the life sciences. It is time for that to change.

We are not, of course, suggesting that mathematicians should abruptly shift gears and begin to address applied problems in Biology. We simply feel that awareness of the emerging ideas and techniques in life science can, indeed should, have a serious impact on mathematics. For example, the fields of non-linear analysis and dynamics embody a myriad of disparate problems, and it is of great benefit to have means of picking out the important ones. Physics has been particularly effective in this regard — directing us to the Navier-Stokes equations, the KdV-equation, the Yang-Mills equations, etc. Biology too, particularly now with its increasing sophistication is a source of direction in both these fields. Several of the articles in this volume are examples of that effect.

This gorgeously produced book, the result of a meeting: *la Formation des Motifs*, held at I.H.E.S. in December of 1997 gives an important entrée into the emerging world of biological mathematics. The theme is "pattern formation", but a broad range of topics is covered, from DNA computing and visual perception to the study of pigmentation patterns on the shells of tropical mollusks. The articles vary considerably in their depth of mathematical content. Some are devoted almost exclusively to a presentation of biological (or biochemical) facts; others are quite mathematical and/or speculative. Most lie somewhere in the middle.

However, the editors have carefully organized the material under different rubrics: Growth and form, Reaction-diffusion, Cellular patterns, DNA and genetic control, and Images and Perception. Each topic contains a balance of articles — some scientifically expository and some quite theoretical. Many contributors have made considerable effort to render their work accessible to a wide audience.

This volume contains an array of fascinating articles, and we do not intend to give them an exhaustive review. We shall mention a few of the highlights — enough we hope to intrigue one to go to the source.

The book begins by discussing "growth and form" — self-evolving patterns seen in crystals, leaves and flowers, sponges and corals, etc.. It begins with an article addressing computational aspects of pattern formation. It discusses abstract algorithmic processes which are realized in many physical and biological systems. The next paper studies the impact of the fluid environment on the growth of sponges and corals, in particular the impact of hydrodynamics on their nutrient-driven growth processes. Stochastic evolutionary growth models are then treated in depth. Cannon, Floyd and Parry develop a mathematical theory of crystalline growth by using discrete approximations to riemannian geometry. In their article they give a very pretty explanation of why self-similarity fractals appear so frequently in nature. Recent results on aperiodic tilings are also discussed.

Some of the fundamental ideas concerning patterns in biology are due to Alan Turing who showed in 1952 that pattern formation requires the interaction of two substances with different diffusion rates. This introduces partial differential equations, the so-called *reaction-diffusion equations*, into the subject. They model "activator-inhibitor" systems and can be thought of as infinite dimensional dynamical systems. This theory is highly developed and is well treated in the book. It has had spectacular success in its application to understanding the color patterns on the shells of tropical mollusks. Some of these patterns are quite complicated and appear to be nearly randomly produced. The accord between the theoretically generated patterns and those which appear in nature is awesome (see pages 126-7).

Closely related to this is the study of phyllotaxis, certain quasi-crystalline structures found everywhere in plants. Pioneering work in this subject was done by the Bravais brothers in 1835-7. It led subsequently to A. Bravais' classification of the fourteen possible periodic lattices in 3-space. This is an early instance of the impact of life science on mathematics. In the article by Y. Couder and S. Douady we have a good example of very interesting dynamics coming out of a question in phyllotaxis.

One of the fundamental areas of research in biology is the study of cell growth, and the book contains many papers on this subject. Here an extensive knowledge of observed cell patterning is important, and a fair amount of space has been devoted to discussing what is known. For example there is a nicely written and informative article on plant meristems and their patterns. There is then a sequence of papers which address the question of cellular pattern development from wide-ranging perspectives. One is based on finite "cellwork" structures; another develops mechanical stress patterns as an important component of morphogenesis; yet another uses a smooth model based on a "displacement velocity" vector field and its associated covariant derivative called the "growth tensor". Details aside, it is clear that the mathematics of evolving systems poses geometrically and topologically interesting questions.

One of the most revolutionary and exciting areas discussed in this book is that of DNA computing and DNA nanotechnology. The articles in this section are very well written. We particularly recommend the paper of T. Head which gives a simple, lucid introduction to the subject. DNA computing completely changes ones thinking about combinatorial questions; the challange now is to find DNA algorithms for solving problems. N. Jonoska in her article discusses a number of NP complete problems, for example the Hamiltonian cycle problem, which can be solved using sophisticated molecules. She also discusses the important role knot theory plays here.

We also recommend N. Seeman's paper about DNA nanotechnology where knot theory again comes into play. This is an important new field (see for example the New York Times, August 10, 2000 - Science Times section). Ultimately one is interested in manufacturing molecular-sized motors or electronic gadgets: for example miniscule machines that could pass through the human arterial system to repair injuries.

The field also has a theoretical side which is concerned with the possiblilty and development of programmable DNA computers and also with the type of abstract logical questions common in modern computer science.

The last section of the book is concerned with visual perception – pattern and shape recognition. In a moment's reflection one can see the rich mathematical content of this subject. It provides fertile ground for new ideas and structures. We particularly recommend the article on neural coding by S. Thorpe.

We want to point out that the articles in this volume are not of uniform quality and interest. Some are rather routine and will probably bore many readers. This is to be expected. However, many of the articles are quite intriguing. Furthermore, most of the topics touched upon are covered in sufficient depth to give one a serious introduction to the area. Extensive bibliographies have also been carefully compiled.

Mathematicians should find this book a fascinating introduction as well as a useful source-book. At very least it opens a window on the emerging world of biological mathematics and all its possibilities. Many future mathematical models, methods and modes of thought, even techniques of computing will have roots in the exploding world of biological science.

H. Blaine Lawson and Marie-Louise Michelsohn
Stony Brook, New York

Reading the Principia. The debate on Newton's mathematical methods for Natural Philosophy from 1687 to 1736
Niccolò Guicciardini
Cambridge University Press, Cambridge, 1999. 285 p. $ 80.00. ISBN 0-521-64066-0

Les *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* de Newton sont un livre illustre mais difficile. Difficile surtout en raison de ces « principes mathématiques » beaucoup moins bien connus que la « philosophie naturelle » qu'ils sont censés sous-tendre. Ce sont ces principes mathématiques que N. Guicciardini se propose d'éclairer, en confrontant les lectures qu'en ont faites les contemporains et en démêlant les débats passionnés qu'ils ont provoqués jusqu'à Euler.

Les *Principia* sont un ouvrage de maturité de Newton (1687), bien postérieur aux « anni mirabiles » (1664-70) qui virent éclore sa « méthode analytique des fluxions » (méthode qui resta largement confidentielle). Entre-temps, Newton avait pris ses distances avec ses théories de jeunesse : il lut les Anciens, se convainquit de la supériorité de leur science, en vint même à considérer son œuvre propre comme la redécouverte d'un savoir perdu. Suivant cette évolution philosophique, il délaissa dans ses publications sa méthode analytique au profit d'une « méthode synthétique des fluxions » rappelant Archimède, et s'attacha à donner à la multiplicité des méthodes mathématiques mises en œuvre dans ses *Principia* la façade géométrique unie des traités d'Appolonius et Pappus.

La première partie de *Reading the Principia* est consacrée aux méthodes mathématiques de Newton : exposé de ses théories des séries, fluxions et fluentes, et de leurs avatars géométriques, suivi d'une analyse approfondie des méthodes des *Principia*, au cours de laquelle le lecteur mathématicien moderne, guidé de main de maître, apprend véritablement à lire et apprécier les arguments de Newton dans le texte. C'est fascinant.

Reading the Principia nous relate ensuite la façon dont les démonstrations du grand-œuvre de Newton furent lues et reçues.

L'auteur nous présente trois lecteurs. D'abord Newton lui-même : ses manœuvres compliquées lors de la querelle de priorité entre newtoniens et leibniziens-bernoulliens sur l'invention du « nouveau calcul » — Newton prétendant que les résultats des *Principia* avaient été établis au moyen de « la nouvelle analyse » avant d'être publiés, suivant l'antique tradition, sous forme « synthétique ». Puis Huygens, dont le célèbre *Horologium oscillatorium* avait impressionné Newton : il admira la virtuosité géométrique de Newton tout en critiquant ses écarts de la théorie des proportions d'Eudoxe (et en contestant ses prémisses physiques). Enfin le grand rival, Leibniz. Comme pour le calcul des fluxions, l'auteur présente une analyse aussi passionnante de la genèse du calcul infinitésimal leibnizien (*Nova methodus,* 1684).

Les méthodes des *Principia* firent naître dans l'Europe savante, sur fond de querelle de priorité, un débat complexe dont le cercle newtonien britannique et l'école de Bâle furent les principaux protagonistes ; problème de la traductibilité des arguments géométriques des *Principia* en langage symbolique leibnizien, controverses sur le contenu représentatif des symboles...

Là, le tableau s'élargit considérablement : l'auteur peint une époque scientifique en effervescence où le problème fondamental de la voie à suivre pour la mathématisation de la philosophie naturelle était ouvert : géométrisation dans la tradition de Galilée-Huygens, ou algorithmisation à la Leibniz ? On sait que le calcul infinitésimal sous la forme algorithmique que lui donna Euler — basée sur le concept de fonction absent chez Newton et Leibniz — finit par triompher à travers ses applications et reléguer au passé les méthodes géométriques des *Principia* (*Mechanica,* 1736).

En terminant une seconde lecture de ce livre, j'éprouve le même enthousiasme qu'à la première. L'architecture de l'ouvrage est si nette que jamais sa richesse et son érudition ne donnent l'impression de lourdeur ni de foisonnement. J'ai déjà souligné le talent pédagogique de l'auteur, qui amène le lecteur mathématicien moderne à lire Newton, Leibniz et J. Bernoulli, mieux : à entrer dans leur monde. On a l'impression d'y descendre par cercles successifs, avec émerveillement.

L'ouvrage brille par la rigueur et la clarté de ses analyses. Soin du détail : dans les figures, les citations reproduites en langue originale en note de bas de page, l'abondante bibliographie. Le style est très soutenu, évite l'anecdote mais aussi l'austérité par l'élégance souriante du ton. Un livre splendide.

Yves André, CNRS Paris.

La correspondance entre Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler
présentée et annotée par PHILIPPE NABONNAND
Publications des Archives Henri-Poincaré. Birkhäuser Verlag, Basel, 1999. 421 p.
228 FS. ISBN 3-7643-5992-7

Cette édition intégrale et commentée de la correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler forme le premier de quatre volumes consacrés aux échanges épistoliers de Poincaré.

La correspondance avec Mittag-Leffler s'étend sur trente ans, jusqu'à la mort de Poincaré. Du fait que les deux mathématiciens n'ont jamais collaboré scientifiquement, elle n'est pas un document de premier ordre pour l'histoire des idées mathématiques, bien qu'elle recèle certains aperçus sur la genèse des résultats de Poincaré.

En fait, elle nous apprend plus sur Mittag-Leffler — et par lui — que sur Poincaré, qui s'exprime avec sobriété et réserve.

Homme entreprenant et diplomate, éditeur-animateur-publiciste et trait-d'union important entre mathématiciens des écoles allemandes et françaises, Mittag-Leffler se fait l'écho des controverses et des réseaux d'influence du monde mathématique de l'époque, et des réactions aux idées novatrices de Poincaré. Admirateur et promoteur énergique de ces idées, il n'en déplore pas moins (discrètement avec Poincaré, ouvertement avec Hermite) le « manque de rigueur » de Poincaré auteur, qui souvent omet purement et simplement les démonstrations.

La richesse d'information des commentaires de P. Nabonnand, abondants et précis, réhausse l'intérêt du volume. Ces notes analysent en détail les points techniques soulevés par les protagonistes, et offrent en contrepoint des extraits d'autres correspondances contemporaines.

Ce sont les questions éditoriales liées à la publication des travaux de Poincaré dans les Acta Mathematica de Mittag-Leffler qui occupent l'essentiel des dix premières années de correspondance. Il est intéressant de voir comment l'éditeur est aussi bien referee (et comment Poincaré répond, moins en remaniant ses articles qu'en ajoutant des notices explicatives), qu'arbitre-médiateur des questions de priorité ou d'attribution, en accompagnant les articles reçus de notes de son cru.

L'apogée de cette correspondance est l'épisode du prix du roi de Suède : le succès que Poincaré remporta avec son célèbre mémoire sur le problème des trois corps, les erreurs fondamentales qu'il y découvrit peu après, les tractations de Mittag-Leffler pour retirer tous les imprimés de la circulation, l'humeur de Weierstrass...

La correspondance des vingt années suivantes ne nous montre guère que deux savants réputés s'occupant de médailles, de nominations dans des académies, de placer leurs obligés. N'aurait-on pu nous épargner l'ennui de cette litanie par la grâce d'une sélection judicieuse, plutôt que d'ourler de pieuse érudition la lettre la plus anodine ?

Yves André, CNRS Paris

John Conway
A Course in Operator Theory
Graduate Studies in Mathematics, **21**. American Mathematical Society, Providence, RI, 2000. 372 p. $ 49.00. ISBN 0-8218-2065-6

Un opérateur ou une algèbre d'opérateurs

L'étude d'un opérateur (application linéaire continue) d'un espace Hilbert est un vieux sujet qui a connu, au milieu du XX^{e} siècle, une reformulation intéressante en terme d'algèbres d'opérateurs (C^*-algèbres ou algèbres de von Neumann). Ainsi le théorème classique de décomposition spectrale d'un opérateur normal s'interprète en terme de représentations d'une C^*-algèbre commutative, c'est à dire, grâce au théorème de Gelfand-Segal, d'une algèbre des fonctions continues sur un espace localement compact (le spectre de l'opérateur normal).

Mais les interactions avec la théorie des algèbres d'opérateurs vont bien au-delà.

– Les algèbres de von Neumann se révèlent très intéressantes pour l'étude des espaces invariants d'un opérateur non-normal ; tout projecteur dans le commutant d'un opérateur (qui est une algèbre de Von Neumann) définit un espace invariant pour celui-ci.

– La stabilité de l'indice des opérateurs de Fredholm par perturbation par des opérateurs compacts ouvre la voie des théories cohomologiques (en particulier la K-théorie) pour l'étude des invariants des C^*-algèbres.

Des théorèmes classiques et d'autres moins

L'auteur, spécialiste de la théorie des opérateurs, s'est ainsi donné comme but d'introduire dans son cours d'initiation la majeure partie de la théorie classique des algèbres d'opérateurs. Après deux premiers chapitres sur l'étude des opérateurs normaux et de ses liens avec les C^*-algèbres commutatives, ce livre contient

– une étude assez complète de l'algèbre des opérateurs compacts, puis des opérateurs à trace, et des dualités entre ces algèbres,

– une description des exemples classiques d'opérateurs non-normaux (des décalages aux opérateurs de Bergmann),

– la classification en type des algèbres de von Neumann ainsi que l'existence d'une trace pour le type II_1.

Deux chapitres cependant sont nettement plus avancés. L'un s'intéresse aux perturbations par les compacts des représentation de C^*-algèbres et notament à la généralisation par Voiculescu du théorème de Weyl-von Neumann sur la modification du spectre d'un opérateur normal par perturbation compacte. L'autre à la notion de réflexivité pour le treillis des espaces invariants d'un opérateur.

Un livre à lire tout seul ?

De mon point de vue, ce livre peut servir de base à des séances d'exercices pour un cours de DEA sur les opérateurs. Le texte est bien détaillé, assez élémentaire, contient même, dans les preuves des théorèmes, des points (faciles) à établir tout seul et est parsemé des nombreux exercices. Mais il demande aussi à être complété par un cours qui dépasserait les parties techniques pour mieux souligner la cohérence des concepts introduits (l'auteur s'excusant plusieurs fois auprès de son lecteur (américain) d'être déjà trop théorique).

Il faut aussi noter que l'auteur n'a pas voulu introduire les produits tensoriels d'algèbres ni même d'espaces de Hilbert ainsi que les espaces d'opérateurs qui est une notion tout à fait fructueuse dans ce domaine (voir les travaux de Pisier et al.) Et puis, certaines notations liées aux espaces invariants, utilisées trop abondemment, rendent parfois plus difficile la compréhension des théorèmes standards.

Cela reste toutefois un texte intéressant, en particulier pour une étude solitaire en complément d'un cours, si l'on n'est pas rebuté par une approche somme toute très terre-à-terre.

Emmanuel Germain, Université Denis Diderot-Paris VII

Georges Skandalis
Topologie et analyse fonctionnelle
Dunod (Sciences Sup), 336 p., 2001. ISBN : 2100045318. 28,20 €

Il s'agit d'un cours de topologie générale, assez classique, assez complet. Après une brève introduction qui est l'occasion de revenir sur $\mathbf{R}^n$ et de présenter les espaces métriques, l'auteur fait le choix d'introduire d'emblée les espaces topologiques généraux et de se placer dans ce cadre dans la suite de l'ouvrage. Ce choix, qui peut paraitre rebutant pour un étudiant de Licence, est ici motivé de faÁon convaincante.

Suivent les développements attendus : compacité, connexité, espaces fonctionnels, espaces de Banach et de Hilbert. Le livre va en fait plus loin qu'un cours de Licence d'aujourd'hui, puisqu'il traite de manière assez compléte la théorie de Baire et ses applications aux espaces de Banach. Enfin, un chapitre sur les filtres est judicieusement placé en dernier (l'objectif étant ici de fournir une démonstration compléte du théorème de Tychonov) et est suivi d'un appendice, bienvenu, de théorie élémentaire des ensembles.

Il y a de très nombreux exercices. Une bonne part sont pourvus d'indications en fin d'ouvrage plutôt que de solutions : voila un compromis qui semble judicieux entre les (probables) exigences commerciales des éditeurs et l'intérêt des étudiant(e)s ! On peut néanmoins se demander pourquoi l'ensemble de Cantor, la courbe de Peano, la métrique Sncf, qui y font leur apparition, ne sont pas nommés comme tels, ce qui pourrait aider le lecteur à les reconnaÓtre ailleurs, alors que tous les grands théorèmes ont droit à leur nom traditionnel, fut-il folklorique...

Bref, il s'agit là d'un bon livre pour le second cycle de Mathématiques, plus ambitieux que la moyenne des (trop ?) nombreux livres disponibles aujourd'hui sur le même sujet, utile donc tant aux novices en Topologie qu'aux étudiants plus avancés, même si on peut lui préférer (mais « on » comprend-il vraiment le public d'aujourd'hui ?) le superbe baroque de Choquet ou la magnifique concision de Dieudonné.