À propos de l'étude internationale timss[1]

Michèle PÉCAL (*APMEP*)

Depuis quelques années, un fossé semble s'être creusé entre les attentes des enseignants du supérieur et les compétences que les étudiants ont acquises pendant leurs années de lycée. Nostalgie ou véritable baisse du niveau des étudiants ? On ne dispose que de peu de données objectives sur l'évolution du « niveau » des élèves pour répondre à cette question. L'influence de la massification de l'enseignement, des changements de programmes et de structures et de quelques autres facteurs est un sujet de réflexion complexe et souvent développé.

Dans cette situation les possibilités de comparaison des compétences des élèves de différents pays fournissent des indicateurs intéressants. On connaît les résultats récents des Olympiades Mathématiques Internationales, compétition entre des jeunes spécialement sélectionnés et entraînés. La médiocrité des performances de l'équipe française a suffisamment déçu pour provoquer la création de l'association Animath, qui, parmi ses objectifs, se propose d'aider à la préparation des compétiteurs en même temps que de favoriser l'implantation de clubs mathématiques, ce qui devrait notamment permettre de créer un vivier de jeunes, motivés pour les mathématiques et la recherche de problèmes. Cependant les Olympiades ne concernent qu'un très petit nombre de lycéens et ne peuvent donc ni donner une image de ce que sont les systèmes d'enseignement, ni du niveau général des lycéens.

En 1995, la France a participé à l'étude TIMSS (Third International Mathematics and Science Study), étude de l'IEA (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement), dont les résultats ont été rendus publics fin 1996. Cette étude a concerné plusieurs populations d'élèves : 9 ans, 13 ans et fin d'études secondaires. C'est cette dernière qui nous intéresse ici.

Pour situer cette enquête par rapport à notre système éducatif, rappelons que l'année 1994-95 était la première année de mise en application en terminale de la réforme des lycées qui a amené la structure que nous connaissons actuellement, et qui, en particulier, avait vu la disparition de la terminale C et sa fusion avec la terminale D, pour constituer l'actuelle terminale S. L'étude TIMSS a été élaborée de 1991 à 1995 et a concerné plus de 40 pays pour l'ensemble des trois niveaux cités ci-dessus.

Un comité international coordonnait l'étude et a défini les règles méthodologiques et statistiques que chaque pays devait respecter. Chaque pays était

[1] Le questionnaire TIMSS sera analysé par J. Pian et A. Pommellet dans un prochain numéro de la *Gazette*

ensuite responsable de l'organisation nationale, tout en étant tenu de respecter les règles fixées par le comité international. En France, l'organisation a été confiée à la DEP (Direction de l'Evaluation et de la Prospective du ministère de l'Education nationale) et au CIEP (Centre International d'Etudes Pédagogiques).

Les organisateurs ont retenu, en France, les élèves des classes terminales de lycées, de toutes les séries, y compris les élèves de baccalauréat professionnel et de terminale de BEP. Comme dans chaque pays, l'enquête a porté sur un échantillon (échantillonnage stratifié). Tous les élèves ont passé une épreuve de « connaissances de base et culture générale en mathématiques et en sciences », les élèves ayant reçu une formation spécialisée en mathématiques ont eu de plus une épreuve spécifique en mathématiques et physique. Trente pays participaient à l'épreuve de culture générale, vingt-huit à l'épreuve spécifique pour les scientifiques.

Des questionnaires d'opinion étaient aussi proposés aux professeurs et aux établissements.

Un coup d'œil au classement des pays satisfait largement le lecteur français qui s'intéresse à l'enseignement des mathématiques. Il peut même être étonné : la France se classe première en mathématiques pour la population des élèves scientifiques et septième (juste au dessus de la moyenne) pour la population globale. Il faut de plus noter qu'en France, les séries retenus dans la population des « scientifiques » étaient S, ES, L spécialité mathématiques et quelques séries technologiques, ce qui représentait environ 20% de la population totale, alors que dans la plupart des autres pays elle était de l'ordre de 5%. Les jeunes français semblent donc bien se défendre en mathématiques. Notons que, par contre, les résultats en physique sont beaucoup moins bons, nettement en dessous de la moyenne pour les scientifiques, légèrement en dessous pour les « non-scientifiques ».

Il semblerait donc que le niveau en mathématiques, même s'il nous semble « avoir baissé » depuis quelques années, soit en fait resté très bon. Au delà de la satisfaction que cela peut nous procurer quant à notre système d'enseignement, il nous reste à nous interroger sur les informations que cette étude et ces résultats peuvent nous apporter. D'autre part, les différences de résultats observées, sont elles significatives ? Et de quoi ?

On peut facilement imaginer la complexité à organiser une telle étude, à élaborer, choisir, traduire des questions qui seront posées à des élèves de nombreux pays, dont les cultures et les systèmes scolaires sont variés et parfois très différents. Sans même parler des problèmes de traduction, les programmes d'enseignement de mathématiques, s'ils comportent des éléments communs, n'en sont pas moins assez divers. Plus largement les « curricula », qui englobent, outre les programmes au sens strict, les pratiques d'enseignement et, pour parler rapidement, l'ensemble les conditions d'apprentissage, varient très nettement d'un pays à l'autre. L'activité du professeur et de l'élève pendant ce que nous appelons « l'heure de cours », par exemple, est très différente d'un pays à l'autre. D'ailleurs nous savons bien que même dans notre pays, elle varie assez considérablement suivant les professeurs : du « cours magistral », qui doit encore bien persister ici ou là, aux séances de « problèmes ouverts », tous les niveaux d'interactivité entre élèves et entre l'enseignant et l'élève peuvent exister.

TIMSS n'est pas seulement une enquête sous forme de questionnaires posés aux élèves des différents pays, mais est également une étude des curricula des différents pays. Les programmes, les manuels, les documents fournis aux enseignants, les horaires d'enseignement, le type de travail en classe et « à la maison », l'équilibre entre écrit et oral, tout cela entre en ligne de compte dans la formation des élèves et a, à divers titres, été étudié dans TIMSS. Ces travaux étaient de toutes façons indispensables pour élaborer les questionnaires composés de questions de mathématiques et sciences. Dans le cadre de TIMSS, on distingue plusieurs aspects du curriculum : le curriculum officiel (intended curriculum), le curriculum réel (implemented curriculum), le curriculum atteint (attained curriculum). Ces différents aspects et les relations entre eux sont étudiés, ainsi que les relations entre évaluation et curriculum. Des renseignements peuvent en être tirés, qui peuvent avoir une influence sur l'évolution des systèmes d'enseignement, bien que, il faut le reconnaître, les deux précédentes études internationales (FIMS et SIMS) n'aient eu que peu d'impact, tout au moins en France.

L'enquête proprement dite a eu lieu en mai 1995. Les questionnaires proposés aux élèves contenaient divers types de questions : QCM, QROC (questions à réponse ouverte courte), questions ouvertes. En cela elle différait des précédentes études internationales FIMS et SIMS qui n'étaient constitués que de QCM.

Les questions d'évaluation, les contenus d'enseignement, ... sont repérés à l'aide d'une grille permettant des classifications et des comparaisons.

La première partie de cette grille concerne les contenus mathématiques, relativement condensés et répartis à grands traits. La deuxième partie, dont le titre anglais est « performance expectations », peut être appelée « démarches sollicitées et produits attendus ». La troisième partie concerne les « finalités » (le titre anglais est « perspectives »). La seule lecture des titres de cette grille montre les différences d'interprétation qui peuvent exister d'un pays à l'autre s'agissant de questions d'enseignement.

Les questions de culture générale scientifique (mathematics and science literacy) étaient réparties en deux questionnaires totalisant une trentaine de questions de mathématiques, physique, chimie, sciences de la vie et de la Terre, dix-neuf étant des questions de mathématiques : pourcentages, proportionnalité, lecture de graphique appliqués à des longueurs, des aires, des durées, ... Il s'agit à peu près de ce que nous appelons « l'information chiffrée ».

Les deux questionnaires de mathématiques pour les élèves à formation scientifique totalisaient trente-six questions et étaient accompagnés d'un petit formulaire (somme des termes d'une suite arithmétique ou géométrique, sinus et cosinus d'une somme, formule de Moivre, volume d'un cylindre et d'un cône, ...). On y trouve des questions de combinatoire, de probabilité, des questions concernant des fonctions, des aires calculées à partir d'intégrales, des questions de géométrie : vecteurs, calculs de longueurs, utilisation de transformations, ... Chaque question est courte, pour certaines il s'agit de QCM, pour d'autres on demande « montrez votre travail ».

Il est clair que les résultats ne sont pas indépendants des curricula, cependant les compétences acquises par les élèves peuvent leur permettre de résoudre des problèmes relativement simples sur des notions qu'ils n'ont pas toujours étudiées en classe. Cela fut le cas, par exemple, pour la population des élèves français de 13 ans (classes de cinquième et quatrième chez nous) qui réussirent honorablement les questions de probabilité qui ne font pas partie du programme français à ce niveau. Lors des analyses, les résultats à des questions basées sur les mêmes notions ont été croisés de façon systématique, des analyses de type analyse implicative ont été réalisées, afin de repérer des invariants tels que les éléments dépendant peu des curricula.

Quelques questions étaient communes aux élèves de cinquième-quatrième (13 ans) et aux élèves de terminales (questionnaire commun à toutes les séries). L'ensemble des élèves de terminale les ont mieux réussies, cependant les élèves de BEP ont moins bien réussi que ceux de quatrième, les élèves de STT et de L devancent à peine en mathématiques ceux de quatrième.

En ce qui concerne les élèves scientifiques, disons brièvement que les élèves français de fin d'études secondaires ont mieux réussi les questions d'application directe des connaissances que celles demandant un réinvestissement, que les questions d'algèbre et de probabilités ont été mieux réussies que celles d'analyse et de géométrie, que les élèves qui ont un plus grand nombre d'heures d'enseignement réussissent mieux, et ... que les garçons réussissent mieux que les filles... (60,9% contre 57,3% de réussite, pour les élèves de série scientifique) la différence étant moindre lorsque les horaires d'enseignement sont plus élevés.

Rien de bien nouveau, mais la confirmation que les efforts doivent porter sur un meilleur apprentissage à la recherche de problèmes, ce qui nécessite que les élèves disposent de temps pour chercher, confronter leurs pistes de recherche, leurs solutions, entre eux et avec leurs professeurs de mathématiques. Cela confirme aussi que la réussite des élèves augmente avec l'horaire de mathématiques, contrairement à ce qu'on entend parfois et probablement qu'on peut gommer, par un temps d'enseignement suffisant, les différences culturelles ou sociologiques.

Il est bien sûr plus convaincant de s'appuyer sur des exemples, de prendre connaissance des questions posées et de résultats plus précis et détaillés. Un dossier est disponible à l'IREM de Besançon et contient une bibliographie, des notes d'informations du ministère de l'Education nationale rendent compte de quelques éléments de cette étude : notes 96.49 et 96.50 de décembre 1996 concernant les élèves de terminales, note 97.06 de février 1997 concernant les élèves de cinquième et quatrième. On peut aussi consulter le site web de TIMSS : http ://www.csteep.bc.edu/timss

Signalons également que l'enquête EVAPM Terminales qui a eu lieu en mai-juin 1999 reprend des questions de TIMSS. L'observatoire EVAPM a conduit depuis 1987 douze enquêtes d'évaluation dont les analyses ont été publiées par l'APMEP. Cette année, pour l'opération dans les classes de terminales des lycées d'enseignement général et technologique, deux des 28 questionnaires élaborés sont faits à partir de questions de TIMSS. Les analyses des résultats fourniront sans doute de nouveaux indicateurs.

Peut-on s'arrêter aux bons résultats en mathématiques de nos élèves, comparativement à ceux d'autres pays, pour en conclure que tout est parfait ? Le fait que les élèves « scientifiques » français aient obtenu 557 points alors que la moyenne des pays ayant participé à l'enquête est 501 est-il significatif d'un niveau supérieur à celui des autres pays ? Chacun sait la prudence avec laquelle il faut interpréter des résultats statistiques et tenir compte des paramètres liés à l'expérimentation. Nous avons là seulement un indicateur : les élèves français ont bien réussi, cette année-là, les questions qui leur ont été posées et qui étaient issues d'un consensus entre les organisateurs de l'enquête. Ces questions étaient, pour certaines, classiques dans notre enseignement, pour d'autres moins, la formulation en était nettement différente de celle de nos problèmes de baccalauréat. On peut dire que les élèves de l'échantillon retenu ont su, aussi bien ou mieux que d'autres, mobiliser leurs connaissances. L'obligation dans laquelle se trouvaient les concepteurs des questionnaires de proposer des questions suffisamment adaptées aux connaissances des élèves d'une trentaine de pays était nécessairement réducteur vis-à-vis des notions mathématiques mises en jeu, mais écartait toute forme de bachotage ou de reproduction d'exercices cent fois répétés.

Il serait aussi déraisonnable de déduire des médiocres résultats aux Olympiades que l'enseignement est calamiteux que de croire, à la vue de ceux de TIMSS, à l'excellence de notre système d'enseignement pour les classes scientifiques ! N'oublions pas d'ailleurs que le niveau en sciences et en mathématiques de la population globale n'est, d'après TIMSS, que moyen. Cependant il serait tout aussi déraisonnable de nier que la formation donnée en mathématiques dans l'enseignement secondaire a des qualités. Dans le climat de morosité et de découragement actuel, il serait bon que tous les « acteurs de l'éducation », enseignants, « décideurs », opinion publique, en soient conscients et que chacun, à la place qu'il occupe, ait à cœur d'en préserver la qualité, c'est-à-dire s'efforcer de l'améliorer, d'en maintenir les points forts et d'en corriger les faiblesses, sous peine de voir cette qualité s'effondrer rapidement. Cela passe par l'investissement des enseignants qui doivent aussi savoir que leur travail n'est pas sans efficacité. Cela passe par des moyens suffisants donnés à l'enseignement des mathématiques, pour permettre aux élèves de mieux développer leurs capacités de raisonnement en leur donnant le temps scolaire indispensable pour apprendre à chercher, à expérimenter, à s'exprimer. Cela passe par des programmes raisonnables donnant aux élèves l'occasion, non seulement d'acquérir des connaissances, mais de les mobiliser pour résoudre des problèmes et ainsi développer leur goût pour la recherche.

⋆ ⋆ ⋆

Contribution au débat sur l'enseignement des mathématiques en premier cycle[1]

Denis RICHARD (*Université Clermont-Ferrand 1*)

En fait, je ne propose ci-dessous ni une critique ni une analyse du contenu de l'essai de notre ancien président Jean-Jacques Risler : je pense qu'il répond brillamment à une question franco-française dont j'ai personnellement l'impression qu'elle ne se pose pas réellement mais qu'elle est un artefact de l'organisation de notre système éducatif scientifique ou, à tout le moins, un symptôme du hiatus existant entre les programmes dont nous avons besoin et l'académisme qui caractérise notre enseignement.

1) Il s'agit à mon avis de la *n-ième version du problème récurrent posé par la sempiternelle discussion physicien-versus-mathématicien* sur l'élaboration du parfait programme pédagogique mathématique fournissant les outils nécessaires, voire indispensables, à l'enseignement de la physique. Ils les faudraient sophistiqués à souhait et transmis en un temps record. Il y eut de nombreuses tentatives, dans de nombreuses institutions universitaires. Il y eut même de remarquables enseignements sur les techniques et les méthodes de la physique par des scientifiques de renom (B. Malgrange, L. Schwartz). Au petit niveau d'une propédeutique, j'ai, plus jeune, tenté d'animer un débat sur la question. Ce fut vain et je crois, aujourd'hui comprendre pourquoi.

1a) Philosophiquement, épistémologiquement, les sciences physiques ne peuvent s'élaborer en recherche que par *l'intrication de l'expérience et de l'outil de modélisation mathématique*. Le sens et la sémantique du terme mathématique ne s'élabore qu'au fur et à mesure que l'observation du physicien progresse. À supposer qu'un étudiant puisse être comparé avec un chercheur, ce serait bien de façon concomittante et en suivant le principe de nécessité que les notions devraient apparaître et s'interpréter. Ceci paraît utopique mais c'est pourtant incontournable : on ne peut obtenir un bon rendement pédagogique par une dichotomie maths/physique. Qu'il me soit permis de raconter l'histoire d'un étudiant de licence de mathématiques qui ayant eu une très bonne note à un certificat d'électricité s'était entendu *reprocher* (!) par le maître-assistant en fonction d'avoir de bons résultats alors que sa compréhension de la physique s'était révélée médiocre en travaux pratiques. L'étudiant rétorqua à l'enseignant que pour noter valablement une épreuve de physique, il faudrait commencer par ne pas y poser un problème de ... mathématique !

1b) En fait les physiciens — particulièrement en France — ont eu (ont encore ?) tendance à exposer les outils mathématiques de la connaissance en

[1] Ces contributions sont la suite de notre dossier sur l'enseignement des mathématiques dans le 1$^{\text{er}}$ cycle (numéro 81 de la *Gazette* (juillet 1999), voir les articles de J.-J. Risler, J. Bok et F. Weissler).

sciences physiques en lieu et place de la physique elle-même. *Enseigner la physique demande des expériences et du temps.* Il faut alors rester modeste dans l'apprentissage et ce n'est pas l'ambition des programmes de premier cycle universitaire qui y incite. On y veut tout et tout de suite : les équations de Maxwell avant que ne soit assimilées les notions de résistance, d'inductance, d'impédance, d'onde, d'énergie, etc. La question posée tourne alors à celle-ci : y aurait-il une manière de comprendre la physique sans en faire ? (pour peu que les mathématiciens livrent les étudiants cuirassés des théories suffisantes...) et la réponse de Jean-Jacques Risler serait positive.

1c) *Chez les autres.* Les étudiants qui intègrent une université nord-américaine (celle de Calgary au Canada, par exemple) n'ont absolument pas le niveau mathématique de nos élèves de taupe, ni même de ceux des IUT scientifiques. Pourtant des physiciens américains comme le professeur Feynmann leur enseigne la physique la plus contemporaine dès la première année. Comment font-ils ? J'ai discuté à l'université Fudan de Shangaï avec des étudiants en physique de troisième année qui semblaient passionnés. Ils passaient plus de temps à construire des expériences en réparant du matériel vétuste, à ce qu'ils disaient, qu'à faire des mathématiques. Ils y substituaient l'informatique avec moins de moyens que dans nos instituts. Le niveau de recrutement de Fudan étant comparable à celui de nos écoles normales supérieures, on n'avait pourtant pas jugé utile d'ingurgiter à des étudiants qui pouvaient certainement le supporter, une machinerie mathématique préalable. Il y a déjà longtemps, j'ai enseigné quatre ans à Alger et les étudiants d'alors étaient motivés et encadrés par des jeunes universitaires tout aussi motivés. Le niveau mathématique valait celui des universités françaises de la même époque, enthousiasme militant en plus pour tous les protagonistes. Les maths passaient bien et la physique plus difficilement : nous avions, à l'époque diagnostiqué le manque de pratique expérimentale dès l'enfance des jeunes algériens, puis au lycée (de conception française) et enfin à l'université.

1d) On peut d'ailleurs retourner les termes du problème et penser qu'il n'est possible d'enseigner certaines notions mathématiques de géométrie différentielle, de surfaces, de théorie du potentiel, qu'après que les étudiants aient eu connaissance des phénomèmes physiques ainsi modélisés.

2) *L'air du temps.* De mon expérience en IUT, je crois pouvoir conclure que les étudiants moyens comprennent dans l'ordre : la logique propositionnelle, puis les automates à nombre fini d'états (qui délivrent un jus de pomme ou d'orange et rendent la monnaie sur 6 francs), puis les automates qui calculent modulo n, puis l'arithmétique élémentaire dans ces liens avec l'algorithmique pratique (codage, cryptographie) car elle devient nécessaire à ce stade. On peut ensuite passer à l'algèbre de Boole qui est celle des machines. L'algèbre linéaire survient alors et s'atteint par la géométrie de l'écran et ses transformations linéaires en 2D et 3D. Vous direz alors : et l'analyse réelle ? et la théorie du signal ? et les champs de vecteurs ? Cette année, à l'IUT, on a enseigné l'interpolation polynomiale et les différences finies (pas de notion de limite), c'est avec Maple qu'on a manipulé les groupes finis, les séries et les équations différentielles (cours de mathématiques de deuxième année). Quant aux séries de Fourier, à la transformation de Laplace, cela se travaille au tableau et sur l'oscilloscope. Les preuves ne sont pas données mais la signification électrique supplée les preuves, non fournies.

2a) Il me semble que la *majorité des étudiants* (c'est-à-dire tous, sauf les taupins) *ont besoin de mathématiques discrètes et d'informatique* (avec usage de progiciel de calcul formel) pendant le début de leur premier cycle scientifique. Les gens qui auront besoin des mathématiques de la physique sont, en fait, minoritaires : il y a à penser aux biologistes, aux commerciaux, aux économistes, aux juristes, aux médecins, aux techniciens de tous horizons...

Dans le cas où les mathématiques du continu s'avèrent indispensables, elles peuvent (doivent) suivre les mathématiques discrètes et l'informatique et se traiter simultanément à l'enseignement de la discipline qui en fait usage.

2b) Quant aux programmes des taupins et des DEUG scientifiques qui se veulent proches des classes préparatoires, ils sont, de longue date principalement adaptés aux professeurs qui les enseignent et ce n'est déjà pas si mal. On trouve dans le couple (professeurs de taupe-taupins) une homogénéité de niveau et motivation qui est précieuse. L'évolution ne peut dès lors se faire que par la formation des enseignants de mathématiques qui doivent connaître plus d'informatique et plus de physique. C'est d'ailleurs le but de l'introduction du calcul formel à l'agrégation, de la création du nouveau CAPES d'informatique (à quand l'agrégation d'informatique ?) On pourrait peut-être croire à la lecture de tout ce qui précède que je suggère de nous rapprocher du modèle américian et des programmes tels que définis par Rosen dans son excellent pavé intitulé *Discrete Mathematics*. Il n'en est rien et je pense qu'on doit (peut) conserver les taupes (en organisant l'évolution des formations de leurs professeurs) qui ne sont en rien des structures à l'américaine.

Voilà comment je propose d'oublier les éternels débats sur la façon d'en arriver au plus vite à la formule de Stokes, dont je pense qu'ils sont un peu le cache-sexe d'une nudité en pédagogie expérimentale de certaines parties du système de l'enseignement de la physique en France. Plus positivement, c'est dans l'atmosphère scientifique d'aujourd'hui qu'il faut chercher l'oxygène de la formation scientifique. Les jeunes y respirent à plus fortes inspirations que nous. Les machines et les modélisations abstraites de l'univers qui nous entoure sont à une majorité de la population estudiantine un viatique vers la critique, la culture (mathématique et universelle) et la création scientifique.

Contribution au débat sur l'enseignement des mathématiques en premier cycle[1]

Manuel SAMUELIDÈS
(*École normale supérieure de l'aéronautique et de l'espace*)

Introduction

L' existence même d'une commission nationale composée de mathématiciens et de physiciens sur les programmes de premier cycle scientifique est une excellente chose. Bien entendu, les programmes locaux sont souvent le fruit de concertations interdisciplinaires. D'autre part, à l'échelle nationale, le programme de mathématiques des classes préparatoires a lui aussi fait l'objet de débats interdisciplinaires. Mais les préoccupations politiques et corporatistes polluent souvent ce qui devrait être un débat avant tout pédagogique et aussi scientifique.

Les lignes directrices du document rédigé par J.-J.Risler : détermination du programme de mathématique en fonction du programme de physique et de ses besoins, ne pas chercher absolument à tout prouver, réaffirmation du rôle autonome et spécifique de l'enseignement mathématique pour son rôle de formation à la rigueur (hypothèses de validité) et de modélisation (structure logique autonome relativement à la discipline physique) sont effectivement une bonne base de départ. Cependant, il ne faut pas croire que leur application est aisée ou qu'elle suffira à résoudre les problèmes pédagogiques posés par l'enseignement des mathématiques dans les formations d'ingénieurs et de physiciens. Ces principes sont appliqués dans les écoles d'ingénieurs et avec un public d'étudiants généralement bien sélectionnés. Bien que les conditions d'enseignement des écoles d'ingénieurs soient assez différentes de celles du premier cycle des universités, à partir de l'expérience des écoles, on peut réfléchir sur les problèmes de mise en application des principes louables énoncés dans le texte de la commission.

Détermination du programme

A partir de l'évidence que les programmes de mathématiques et de physique sont élaborés avec des logiques disciplinaires différentes et sans harmonisation suffisantes, le texte se livre à une critique du rôle trop grand dévolu à l'algèbre et à un plaidoyer pour la réhabilitation de ce que l'on peut appeler l'analyse vectorielle ou la géométrie différentielle. Effectivement, dans les écoles d'ingénieurs, l'algèbre a généralement une part réduite. Cependant, on fait un usage important de certaines notions enseignées en premier cycle. Il est par exemple important de savoir manipuler les polynômes formels pour pouvoir les stocker en machine ou bien les appliquer à un opérateur abstrait (calcul symbolique). La

[1] Ces contributions sont la suite de notre dossier sur l'enseignement des mathématiques dans le 1[er] cycle (numéro 81 de la *Gazette* (juillet 1999), voir les articles de J.-J. Risler, J. Bok et F. Weissler).

manipulation des fractions rationnelles reste assez importante dans les études de stabilité des systèmes linéaires. ... Quant à l'enseignement des opérateurs différentiels géométriques, leur introduction dans les cours de mathématiques n'a pas été durable : on peut constater en tout cas que ce type d'enseignement n'apparaît plus beaucoup dans les catalogues de tronc commun. Quelle conclusion générale tirer de l'évocation de ces deux points parmi d'autres ? Que l'utilisation d'outils mathématiques dans un cours de physique constitue une *incitation* à inclure ces outils dans un cours de mathématiques et non une *obligation*. En effet, pour être une réussite pédagogique, un concept ne peut être isolé et une certaine masse critique est nécessaire. L'explication du caractère intrinsèque des opérateurs de l'analyse vectorielle dépasse peut-être le niveau d'un cours de mathématiques du premier cycle, en revanche l'usage de ces opérateurs est une invitation pressante à mettre l'accent beaucoup plus tôt et de façon plus détaillée sur les fonctions à plusieurs variables. Réciproquement, la non-utilisation d'objets mathématiques dans le cours de physique de l'année n'est pas une raison suffisante pour les abandonner. Ainsi, on se rend compte que le meilleur rapport entre l'usage du calcul tensoriel en mécanique et ses fondements dans le cours de mathématiques a lieu en algèbre linéaire dans le chapitre délicat de la dualité.

Le calcul et la démonstration

En quoi consistent les prérequis mathématiques des cours de physique ? La plupart du temps en l'énoncé de règles de calcul et à leur mise en application sur des exemples simples et si possible qui serviront par la suite. Cela montre le rôle important du calcul. Même si on attend de la machine qu'elle soulage l'effort de l'étudiant par l'utilisation d'un logiciel de calcul formel, il faut bien voir que les physiciens s'ingénient à faire réfléchir les étudiants sur des exemples-jouets où tous les calculs se font à la main. Le meilleur moyen pour un étudiant peu formé à l'abstraction de se familiariser avec un objet mathématique est de faire des calculs dessus. Cette familiarisation peut être trompeuse, elle n'en est pas moins nécessaire. L'article de J.-J. Risler insiste à la fois sur le fait qu'on ne peut faire dans un cours de mathématiques appliquées toutes les démonstrations et que le rôle irremplaçable des mathématiques est de pouvoir fournir des démonstrations. Le problème se pose de choisir les démonstrations qu'on se propose d'éxécuter. Leur caractère utile pour les applications doit être un critère de choix. En particulier, le caractère constructif ou pas d'une démonstration doit être pris en considération. Par exemple, la démonstration du théorème du point fixe donne l'occasion d'introduire un algorithme sans cesse utilisé dans les calculs. Ainsi, non seulement calcul et démonstration doivent coexister dans un cours de mathématiques appliquées mais il faut inventer le maximum de liaisons entre eux.

Rôle autonome des mathématiques

Dans la plupart des textes sur l'enseignement universitaire qu'il m'est donné de lire, le combat pour l'autonomie des mathématiques dans les formations de physiciens et d'ingénieurs se confond avec celui pour le monopole des mathématiciens sur la formation mathématique. On peut pourtant constater qu'un monopole ne se proclame pas. Celui-là est depuis toujours non appliqué et on ne peut réclamer son application brutale à moins de mettre en cause en bloc toutes les formations données jusqu'ici qui ne le respectaient pas, ce qui ne sera pas forcément efficace. Le texte indique plus justement ce que les physiciens peuvent gagner à ce que les mathématiques soient enseignées par les mathématiciens. On pourrait aussi vanter le recours à des équipes mixtes. Le travail pluridisciplinaire tant vanté devrait être mis en œuvre dans les équipes pédagogiques où il est plus facile qu'en recherche car le niveau des connaissances nécessaires est moins élevé. Le recours à des équipes pluri-disciplinaires dans les enseignements de mathématiques des écoles d'ingénieurs est pratiqué avec succès et ne pose pas de problème particulier tant que des rapports de pouvoir et encore plus de poste à pourvoir n'en est pas un enjeu. Les enseignants et les ingénieurs que j'ai fait participer à ces équipes à Sup'Aéro depuis plus de vingt ans en sont ravis ainsi que les étudiants et c'est aussi le cas dans les autres écoles d'ingénieurs que je connais. Le mathématicien aura souvent du mal à inventer la petite histoire ou le cas pratique qui illustrera la formule au programme. S'il la connait déjà, c'est que le travail pluridisciplinaire lui est familier et dans ce cas, il pratique sans doute déjà l'hybridation des équipes pédagogiques dans la limite des possibilités intitutionnelles. La contrepartie est bien sur le contrôle par le mathématicien de l'enseignement mathématique. Il importe en effet comme le souligne le texte que celui-ci n'apparaisse pas comme un enseignement ancilliaire noyé dans celui des disciplines d'application. Mais l'autonomie des mathématiques n'est pas nécessairement synonyme de l'isolement des disciplines.

Projet et calcul numérique

Enfin, le texte ne mentionne pas l'intérêt du calcul numérique sur machine et des projets pluri-disciplinaires. Je ne voudrais pas ressasser un discours convenu au moment où ces projets sont présentés par un certain discours offciel comme une panacée et introduits partout du lycée à l'agrégation. Cependant, l'importance du projet et du calcul numérique pour l'enseignement des mathématiques dans les formations de physiciens et d'ingénieurs n'est pas douteuse. D'abord, le calcul numérique permet à l'étudiant de pratiquer l'expérimentation, la variation paramétrique et le sens des approximations au niveau du premier cycle. L'étudiant peut être amené à comparer plusieurs méthodes, bref à rencontrer l'usage de l'esprit critique que tout mathématicien se plaît à reconnaître dans sa discipline et que généralement ne réalisent pas les étudiants faibles ou moyens de premier cycle. Ensuite, dans les utilisations industrielles, l'usage des mathématiques est de nos jours indissolublement lié à celui du calcul numérique, c'est un point fort des mathématiques et il serait dommage de s'en priver. Enfin le tryptique « modélisation — étude mathématique — résolution numérique » peut se décliner en partenariat avec la plupart des physiciens dans l'intérêt des étudiants qui peuvent dans ces conditions fournir un travail beaucoup plus intense et prolongé qu'à l'ordinaire. La SMF et la SMAI pourraient d'ailleurs jouer un rôle d'incitateur en lançant par exemple une revue électronique de projet mathématique à différents niveaux pour diffuser et mettre en valeur le meilleur du formidable travail des pédagogues et des étudiants de classe préparatoire et d'université qui conçoivent et mettent au point ces projets d'application.

Conclusion

Le travail de la commission intervient au moment où de nombreuses expériences dans les classes préparatoires, les écoles d'ingénieurs et les universités mettent en pratique la pédagogie pluri-disciplinaire sous contrôle des mathématiciens dans l'enseignement des mathématiques. Même si ces expériences sont encore dispersées et non systématisées, la nécessaire critique de la routine existant encore dans trop de formations doit s'accompagner de l'inventaire, du bilan critique et de la diffusion de ces novations.