TRIBUNE LIBRE

INTERVIEW DE PIERRE-LOUIS CURIEN ET DIDIER ROBERT[1]

Le 7 juillet, Pierre-Louis Curien, Directeur Scientifique pour le Département Mathématique et Informatique de la Direction de la Recherche et Didier Robert, responsable des mathématiques à cette Direction ont reçu Bernard Prum pour « Matapli » de la SMAI *et Marie-Françoise Roy pour « La Gazette » de la* SMF*. Durant près de trois heures, ils ont fait part de leur point de vue sur la situation des mathématiques dans l'enseignement supérieur et la recherche. Les réponses aux questions posées étant faites conjointement par nos deux interlocuteurs, nous ne distinguerons pas explicitement à chaque instant lequel s'exprime.*

Bernard Prum (SMAI), Marie-Françoise Roy (SMF)

[1]NdR : Messieurs Pierre-Louis Curien et Didier Robert ont donné leur démission à dater du 1er octobre 1998.

[1]sigles : ATER : Attaché temporaire d'enseignement de recherche – ATOS : Administratifs, techniciens, ouvriers de service – CIFRE : Convention industrielle de formation par la recherche – CNU : Conseil national des universités – CSE : Commission de spécialistes – DSPT : Département scientifique pédagogique et technique – EPIC : Etablissement public et commercial à caractère industriel – HDR : Habilitation à diriger des recherches – UMR : Unité mixte de recherche – CR : Chargé de recherche – DR : Directeur de recherche – MC : Maître de conférence – PR : Professeur – PRAG : Professeur agrégé – PEDR : Prime d'encadrement doctorale – AMA : Allocation moniteur agrégé – AMN : Allocation moniteur normalien – AMX : Allocation moniteur polytechnicien.

On a annoncé ces jours-ci quelque 800 postes nouveaux pour l'enseignement supérieur en 99. Savez-vous s'il s'agit de postes d'enseignants, d'ATOS, de PRAG ? Savez vous aussi si une planification des postes à venir existe, pour prévoir les nombreux départs à la retraite que nous allons connaître ?

Pierre-Louis Curien

On ne peut pas dire que la situation soit mauvaise pour les publications de postes en mathématiques — et je ne crois pas qu'il y ait lieu d'être pessimiste pour les années à venir. A condition aussi que, localement, les mathématiciens soient actifs et s'investissent dans leurs établissements, qui ont l'initiative des demandes de postes, et qui les négocient. Ici, à la Direction de la Recherche, nous n'avons pas une vue d'ensemble sur les postes, qui dépendent pour la plupart de la Direction des Enseignements Supérieurs. Nous n'intervenons pas directement sur l'attribution de postes dans les universités.

Cependant, en 1998, il y a eu deux catégories de postes d'enseignants pour lesquels notre avis a été déterminant : les « postes de recherche » (300, dont une vingtaine en mathématiques) et les « postes chercheurs » (100, dont une demi-douzaine en mathématiques). Il y avait quelque 3000 postes en mouvement.

Les « postes chercheurs » sont destinés à recevoir en détachement des chercheurs des grands organismes, tel le CNRS. Ce détachement ne passe pas en Commission de Spécialiste, mais, bien sûr, par la suite, si la personne concernée souhaite rester dans l'enseignement supérieur, il faut un avis favorable de la CSE. La procédure n'a pas très bien fonctionné, sans doute à cause de la mauvaise publicité qui en avait été faite : pour les 100 postes en cours de sélection, il n'y a eu que 140 propositions de création de postes par les Présidents d'université. Le Directeur de la Recherche, Daniel Nahon, a demandé aux Directions Scientifiques de dire quelles étaient les demandes les plus intéressantes, et l'addition a donné les 100 postes offerts.

Souvent le dossier n'indiquait pas à quel chercheur correspondait la demande, et nous avons dû réclamer des précisions. Plusieurs dossiers ont été rejetés car ils ne correspondaient pas réellement à un détachement

« à grade égal », mais cachaient un passage de CR à Professeur. L'esprit de ces postes est de mettre un CR sur un poste MC ou un DR sur un poste PR. Le Directeur de la Recherche a insisté sur ce point.

La finalité est de rajeunir la moyenne d'âge des organismes de recherche en général, et du CNRS en particulier. Le Ministre trouve que 47 ans est une moyenne trop élevée pour le CNRS. Bien sûr l'âge moyen est plus bas en mathématiques... Le CNRS a pris au sérieux le problème du passage CR/Professeur par rapport aux postes au concours de Directeur de Recherche, et je trouve que le système des entretiens approfondis est bien fait. Les jeunes matheux trouvent cet entretien intéressant. Il permet de poser clairement la question « est-ce que je suis quelqu'un de suffisamment motivé par la recherche pour rester un peu plus longtemps au CNRS et courir le risque de ne pas être pris comme DR, ou bien est-ce que je dois chercher à exercer une carrière de Professeur ? ». En mathématiques, le message « passer de CR1 à Professeur est quelque chose de normal dans la carrière », est en général tout à fait reçu.

Mais, même si les chercheurs CNRS sont bien insérés dans le milieu universitaire, le mouvement ne s'enclenche pas suffisamment. Dans beaucoup de cas, le passage CR CNRS/Prof se fait très bien : les CR1 candidatent assez jeunes sur les postes de PR et trouvent naturellement leur place au sein de l'université. Dans d'autres cas, ils attendent trop longtemps un poste de DR qui n'arrive pas, et se décident à candidater comme PR trop tardivement ; ils deviennent alors difficiles à défendre en commission de spécialistes. Aussi je crois que les CR1 ne doivent pas trop attendre pour entreprendre une carrière de professeurs.

Le problème se pose avec plus d'acuité en Informatique ; l'INRIA est un organisme jeune, où les gens passent DR plus jeunes en moyenne qu'au CNRS. Les charges d'enseignement sont souvent plus lourdes en informatique qu'en mathématiques : en mathématiques on arrive dans un environnement assez rodé, en informatique, il faut mettre en place de nouveaux enseignements tous les 3-4 ans. Tout ceci ne facilite pas le passage de chercheur à enseignant-chercheur.

Il ne me semble pas opportun de créer des postes de PR réservés aux chercheurs. En revanche, il est clair que si l'on rendait les carrières universitaires plus attractives, il y aurait davantage de passages chercheurs–enseignants. D'une part, on peut faciliter la possibilité de candidater à la PEDR très rapidement après le passage CR/PR (aujourd'hui, il faut être titulaire pour bénéficier de cette prime). D'autre part, le Ministère réfléchit à la possibilité pour les enseignants-chercheurs montrant une importante activité de recherche d'avoir des allégements de service. Ceci ne serait pas spécialement réservé aux chercheurs arrivant dans l'enseignement, mais serait une incitation pour que plus de bons chercheurs prennent un poste de PR. Le système actuel du « tout ou rien » pour l'enseignement doit pouvoir être aménagé.

Vous avez aussi mentionné des « postes–recherche ».

Les « postes–recherche » sont des postes demandés au titre de la recherche ; ils sont très importants pour la Direction de la Recherche : ce sont ceux pour lesquels nous pouvons exercer une influence sur la politique de recrutement des universités.

Un appel d'offre a été lancé en 1997, à la suite de quoi les universités ont fait une demande argumentée de postes sur des profils de recherche précis (on peut concevoir que le Ministère souhaite renforcer un axe de recherche quelque part et suggère une demande au titre de la recherche — mais ce n'est pas la règle générale). Ces postes sont attribués sur ce seul critère qualité-recherche, donc indépendamment du nombre d'étudiants, même si ceci n'apparaît pas clairement lors de la publication. Il n'y a pas de dispositif central permettant de contrôler que les Commissions de spécialistes pourvoient ces postes selon le profil demandé ; c'est au Président d'université de faire passer le message[2].

La pression est plus forte sur les postes MC que sur les postes PR. A cela notons deux raisons : il y a quelques années, les recrutements dans les établissements d'enseignement supérieur ont été faibles, avec pour conséquence le petit nombre de MC passant aujourd'hui leur HDR ; et, s'il y a eu davantage de recrutements il y a 5 ou 6 ans, les MC recrutés semblent avoir un peu tendance à retarder leur habilitation. L'HDR est peut-être de niveau plus élevé que l'ancienne thèse, en tous cas elle demande plus de temps pour être préparée.

Je pense que les services d'enseignement que l'on donne aux jeunes MC sont lourds pour des enseignants-chercheurs débutants. Ce sont des jeunes, habitués à travailler dans de bonnes conditions, avec une allocation de recherche, avec un peu d'enseignement s'ils sont moniteurs, et d'un seul coup, alors qu'ils ne sont pas nécessairement devenus très autonomes en recherche, ils se retrouvent avec 192 heures de cours, pas toujours bien équilibrées, face à des salles de TD conséquentes. Pendant les deux ou trois premières années ils sont très accaparés par ces enseignements, et ont parfois du mal à sortir de cette situation. Ceci explique

[2]Le budget 99 n'a malheureusement pas permis de reconduire cette procédure en 1999. Cependant, la DR a examiné fin octobre 98 l'ensemble des demandes de créations de postes, emettant des avis quant aux profils de recheche.

peut-être pourquoi la préparation de l'habilitation s'étale sur un nombre d'années important.

Il faut s'inquiéter de ce que deviennent les jeunes MC. Il serait dommage que les deux tiers d'entre-eux n'arrivent pas à faire une HDR dans les 6 ans à venir par exemple. Nous devons surveiller ce point de près sinon nous aurons des problèmes pour faire face aux prochains départs massifs à la retraite : pourvoir la moitié de ces postes par des recrutements d'étrangers n'est pas envisageable.

Il se peut qu'il y ait un phénomène de foule, qu'une génération considère d'abord « qu'elle a le temps », puis que d'un seul coup elle décide qu'elle va rencontrer une pression plus forte et qu'il devient donc urgent de passer l'HDR. Nous aurions subitement alors, beaucoup plus d'habilités que de postes de PR.

On constate que la proportion de PRAG augmente considérablement par rapport à celle des MC. De nombreux jeunes souhaitant faire de la recherche acceptent de tels postes par nécessité, ce qui compromet leurs chances de mener une recherche fructueuse. En outre la co-existence de personnels similaires mais ayant des obligations différentes crée des tensions dans nos laboratoires. Pensez-vous que ces postes vécus souvent comme « une secondarisation des premiers cycles » doivent continuer à se multiplier ?

Les PRAG ne dépendent pas du tout de notre Direction. Un argument que j'ai entendu en faveur des PRAG est qu'il est important que dans les premiers cycles de l'enseignement supérieur il y ait des enseignants ayant une culture scientifique assez large. L'idéal est un agrégé ayant aussi une thèse. Au sortir d'une thèse on a en moyenne une culture très pointue, alors qu'un agrégé a en général une culture assez large. Il n'y a pas grand chose à redire à cet argument sinon qu'il a moins de force en mathématiques, où les MC sont au moins une fois sur deux agrégés.

Mettre des agrégés dans les premiers cycles peut servir aussi à rapprocher les premiers cycles et les classes préparatoires, ce qui est un objectif de notre Ministre.

Comme vous le signalez dans votre question, beaucoup de PRAG ne sont PRAG que par les lois du marché du travail : ils ont alors vocation à passer dans l'enseignement supérieur si on ne les noie pas sous une charge de services et des conditions psychologiques qui les différencient trop des MC, rendant impossible un dégagement suffisant de temps pour constituer un dossier de recherche solide. Ces questions sont examinées avec attention par le Cabinet ; l'objectif est de permettre aux PRAG ayant vocation à devenir enseignants-chercheurs de mener leur recherche.

Mais inversement il y a des sous-disciplines un peu particulières : les jeunes venant de passer une thèse dans un domaine comme l'informatique fondamentale ou le calcul formel ne sont pas particulièrement bien préparés pour passer l'agrégation de maths telle qu'elle est. Ils ne vont pas tous devenir chercheurs à l'INRIA ou MC, ils seraient très utiles comme enseignants en premier cycle, et ils ne peuvent pas être recrutés comme PRAG. Aux États-Unis après une thèse on peut être enseignant en « college », nous ne proposons rien de cette nature aux titulaires d'une thèse.

J'envisagerai pour répondre à votre question une autre possibilité : je suis plutôt contre l'agrégation d'informatique. L'agrégation ne doit pas se couper de ses origines qui sont les savoirs fondamentaux enseignés au lycée. La multiplication des disciplines qui donnent lieu à agrégation m'inquiéterait un peu. Ou alors il faut changer l'agrégation pour la calquer sur les besoins des « colleges » au sens américain du terme. Je crois que l'agrégation continue à servir en bonne part dans le secondaire. Or je ne vois pas l'informatique comme une discipline fondamentale du secondaire, mais plutôt comme un appoint.

L'informatique bouge aussi très vite. Beaucoup d'agrégés ne sont pas en contact avec l'évolution de la recherche ; dans le cas de l'informatique une personne aujourd'hui très en pointe sur ce qui se fait du point de vue des langages et systèmes d'exploitation (Java, html), sera largement dépassée dans 4 ans. Il n'y a pas de formation permanente après l'agrégation ! Je suis donc assez prudent. Une chose qui me plairait serait qu'à côté de l'agrégation de mathématiques, apparaisse une agrégation maths-info, comme on pourrait imaginer une agrégation maths-physique etc. Je pense qu'il faudrait alléger le programme de mathématiques d'une partie suffisante pour permettre une bonne formation d'informatique afin d'obtenir une agrégation vraiment mixte, tout en gardant assez de mathématiques pour former de très bon professeurs du secondaire, voire même de taupe. Les étudiants auxquels vous faites allusion seraient dès lors à même de passer cette agrégation.

Et que pensez vous d'un CAPES math-info qui semble en gestation ?

L'esprit en serait un peu différent. Pour le CAPES math-info, il s'agirait de préparer les professeurs de mathématiques du collège (6–3) de demain à être capables de faire aussi tourner les ordinateurs et de former les adolescents à l'outil informatique. Il s'agit plus de donner « le virus informatique » aux professeurs de math. Je suis d'accord que tout ceci devrait s'organiser au sein d'une filière maths-info.

Continuons si vous voulez sur l'Agrégation. Les matheux appliqués en particulier ont assez mal réagi quand ils ont vu les mathématiques appliquées disparaître de l'écrit pour figurer à l'oral sous forme « d'illustration ».

J'ai effectivement eu écho par plusieurs messages électroniques de cette critique. La réforme s'est essentiellement développée en dehors du ministère en tant que structure. Claudine Ruget a mené la réflexion, elle y a consacré beaucoup de temps, elle a réuni des gens autour d'elle.

Je l'ai rencontrée. Elle m'a expliqué les raisons de cette réforme : la perception des jurys successifs depuis quelques années était que les épreuves d'options écrites influaient extrêmement peu sur les moyennes. Elles n'avaient pas un caractère assez affirmé : l'épreuve de maths-applis n'était pas vraiment des maths-applis mais plutôt de l'analyse déguisée, l'épreuve d'informatique pas très informatique mais de l'algèbre avec une petite perception informatique, sans entrer dans le cœur de l'informatique.

Elle m'a aussi expliqué qu'il fallait remédier au fait que l'on trouve encore beaucoup de jeunes professeurs agrégés qui ne savent utiliser ni un logiciel de calcul numérique, ni un logiciel de calcul formel, ou encore de statistiques, de visualisation.

Elle pense qu'il faut un tronc commun minimum pour tout le monde, sans prétention à pousser très loin ni en analyse numérique, ni en probas-stat, ni en informatique qui garantisse que les futurs professeurs sachent utiliser les logiciels de calcul scientifique et de calcul formel. Ceci implique leur sensibilisation à l'outil informatique et à un type de mathématiques qui se prête plus au traitement par ordinateur. J'aime beaucoup l'idée de voir se multiplier les cours de mathématiques appuyés sur l'ordinateur. Il s'en publie plus à l'étranger que chez nous, c'est bien dommage.

J'ai vu la lettre cosignée par Mireille Martin-Deschamps (SMF), Alain Damlamian (SMAI) et Max Dauchet (SPECIF). Elle me paraît très bien et pas du tout en contradiction avec les démarches que j'avais faites. Je souscris aux deux points présentés par Claudine Ruget, mais je souscris aussi à votre souci quant à la relative précipitation des choses. Elle a bien sûr consulté nombre de collègues...

Aucune de nos deux Sociétés Savantes en tout cas... et elle a une opinion claire de ce qu'elle souhaite et elle est allée au bout de ses opinions.

En dehors de cette idée de tronc commun — qui sur le plan du principe me paraît une bonne chose : décrasser tout agrégé en probas et en calcul numérique, formel, et symbolique est une excellente idée — le point qui me paraît nodal, et qui ne me semble pas réussi, est ce qui reste de l'option. D'abord il y a un mariage forcé entre le calcul scientifique et l'informatique (réduite au calcul formel), ce qui montre une méconnaissance de ces disciplines. Ensuite la liste des thèmes proposés pour illustrer la leçon ne me paraît pas très optimale. Et, pour le moment, l'informatique en tant que discipline scientifique est presque totalement absente : un informaticien n'est pas seulement une personne qui sait se servir d'un ordinateur — et qui sait enseigner ce maniement.

Ceci dit, cette réforme est parue au J.O., elle sera effective cette année. Mais Claudine Ruget s'est dite ouverte pour modifier l'agrégation dès l'an prochain. Il y a donc moyen de recréer des options décentes en respectant le passage de l'écrit à l'oral et l'idée du tronc commun. On peut réinjecter des options différenciées avec un fort contenu, et en mettre trois ou quatre au lieu de deux seulement.

En résumé, je suis favorable à une différenciation nette de l'épreuve orale optionnelle, qu'il y ait une vraie option d'informatique, une vraie option d'analyse numérique, etc.

Chaque campagne de recrutement est l'occasion d'un nouveau débat sur le choix entre candidats locaux et candidats en mobilité. Quel est votre point de vue sur cette question ?

La mobilité géographique dans le recrutement des enseignants chercheurs doit être encouragée à tous les niveaux, car c'est un facteur de dynamisme. Cependant, il faut savoir nuancer. Les recrutements locaux ne doivent pas être interdits par principe, même s'ils doivent être exceptionnels. Dans certaines circonstances, un recrutement local peut-être bénéfique pour une équipe.

Le problème se pose déjà en amont, pour les ATER : les allocations de recherche incitent à maintenir les jeunes chercheurs au même endroit, en particulier s'ils n'ont pas fini leur thèse. Une fois qu'ils enseignent de façon satisfaisante quelque part, on a tendance à les y recruter comme MC. Il faudrait déjà promouvoir le service d'ATER dans un autre laboratoire. Il serait d'ailleurs très instructif de procéder à une enquête sur le caractère local ou non des ATER.

De même, il faudrait multiplier les séjours post-doctoraux, en particulier à l'étranger. Ces séjours apportent un « plus » à l'étudiant, et les commissions de spécialistes devraient souvent puiser chez les post-docs. Avoir fait un post-doc devrait être un avantage et non un handicap. Il nous faut convaincre les collègues que c'est un bon choix, mais il y a des endroits où ce message risque de ne passer que lentement.

On doit constater que la mobilité se fait mieux au CNRS ou à l'INRIA. Les mathématiciens y jouent bien la mobilité, tant géographique que thématique. Mais, même à l'université, ça marche mieux chez nous qu'en physique ou en chimie.

Et les bourses d'accueil pour étrangers ?

Il existe des appels d'offre pour des bourses post-doctorales et pour des bourses de haut niveau ; certaines sont gérées par les Affaires Étrangères (par exemple les bourses Chateaubriand) ; il existe aussi maintenant des bourses du Ministère, qui sont gérées par le Bureau des Relations Internationales de la Direction de la Recherche. Le flux est petit, aujourd'hui une cinquantaine de bourses post-doc, mais on attend une montée en puissance. Nous voulons aussi amplifier le dispositif des bourses en cotutelle. Naturellement, on aimerait qu'un tel effort corresponde à un effort analogue de nos partenaires et qu'il y ait davantage de bourses à l'étranger pour nos étudiants.

Il semble que les bourses dans les EPIC aient vu leur nombre diminuer ; on parle même de leur disparition à court terme. Qu'en est-il ?

Il existe une volonté affirmée que les thèses se déroulent dans le périmètre universitaire au sens strict ou dans le sein d'une association clairement définie entre équipe d'accueil et université. Jusqu'à aujourd'hui, par exemple, le CEA a accueilli un grand nombre de thésards sans convention bien définie et sans qu'il y ait de contrôle sur la thèse par les universitaires. Le Ministère préférerait voir le CEA accueillir en préembauche des post-docs.

Les allocations 98 iront à des DEA dont toutes les équipes d'accueil sont reconnues. Nous faisons une forte pression pour que les organismes tels l'INRIA créent des Unités Mixtes de Recherche. C'est déjà le cas à Rennes, Nancy et bientôt Grenoble. L'INRIA est déjà fortement impliquée dans nombre de DEA et formations doctorales. On peut aussi concevoir des UMR entre le CEA et l'université.

Les allocations de recherche seront désormais fléchées sur les écoles doctorales, ce qui devrait donner plus de souplesse dans la répartition entre les divers DEA concernés.

Les bourses AMA (réservées aux agrégés) ont été supprimées, tandis que les bourses AMN et AMX ont été maintenues, même si leur nombre a diminué d'environ 10%. Il existe toujours les bourses propres aux organismes (CNRS, INRIA,...) ainsi que les bourses CIFRE (notez au passage qu'il y a maintenant un mathématicien, Jean-Michel Ghidaglia à la Direction de la Technologie).

Les « groupes d'experts » ont été supprimés. Comment va donc se faire l'évaluation de la recherche dans nos établissements ?

Le dossier de l'évaluation est encore en chantier. Le but recherché est la création d'une Agence Nationale d'Évaluation, travaillant de façon indépendante sous l'égide du Ministre — quelque chose comme le « Conseil Supérieur de l'Audiovisuel ». Elle devrait avoir pour vocation l'évaluation de l'ensemble de la recherche en France, depuis celle des universités, jusqu'au CNRS, l'INRIA, l'INSERM,... Elle travaillerait « à la commande » sur un lieu géographique, ou un thème, ou un concept plus général (par exemple « les mathématiques appliquées dans le Sud-Ouest »), voire un organisme entier, comme le CNRS. Ses compétences ne comprendraient pas l'évaluation des individus, qui dépendraient encore du CNU ou du Comité National. Cette Agence travaillerait uniquement sur les rapports écrits fournis par les experts choisis. Ceux-ci ne se réuniraient pas, et ce serait l'instance mandataire, par exemple la Direction de la Recherche du Ministère, qui ferait la synthèse des rapports et les exploiterait. Le Ministre est très opposé aux doublons, et les doubles évaluations sont donc à proscrire. En conséquence, là où les organismes disposent d'instances d'évaluation, comme bien sûr le Comité National au CNRS, et, avant la mise sur pied de l'Agence, le Ministère ne procédera pas à une seconde évaluation.

Notons à ce propos une difficulté. Quand une équipe nouvelle demande à être évaluée par le Comité National, elle ne sera pas évaluée ensuite par le Ministère. Si la conclusion du CN est négative, elle n'aura pas une « seconde chance » d'être reconnue. Elle doit donc choisir à l'avance d'être examinée par le CN du CNRS ou par le Ministère, avec un ou exclusif.

Les primes de recherche et encadrement sont, elles, attribuées par des jurys non renouvelables choisis par les Directeurs Scientifiques du Ministère. Sur les trois prochaines années, le nombre de primes devrait monter de 7500 à 12000, de sorte que près de la moitié des enseignants chercheurs pourraient en bénéficier. Dans l'attribution des primes, nous avons demandé aux jurys à qualité égale, de favoriser les MC et les jeunes PR et de privilégier légèrement les dossiers de recherche par rapport à la quantité de thèses encadrée. Les noms de tous les experts seront publics, sans que l'on sache bien sûr lequel a rapporté sur tel ou tel dossier.

Il est question de voir disparaître les DEA. Ceci est-il fondé sur une réalité, et quelle est l'organisation à venir des thèses ?

Le cadre de la réflexion est le 3–5–8 de J. Attali, qui a pour objectif une harmonisation européenne souhaitable des formations. Il n'y aura probablement aucun diplôme supprimé[3]. Tous les DEA sont prolongés jusqu'en 99. Une difficulté vient du fait que l'actuel DEA se fait en 5ème année, ce qui correspond à la fin d'un cycle et non au début du cycle menant à la thèse.

Dans le système 3–5–8, un étudiant entrant en quatrième année devrait choisir entre une filière courte, le Mastère, et une filière longue aboutissant à la Thèse. Une réorientation serait possible en fin de 4ème année.

Le Mastère correspondrait à l'actuel DESS, et serait à vocation professionnalisante. En ce sens l'agrégation s'inscrirait dans ce cadre, étant professionnalisante pour l'enseignement secondaire (c'est moins vrai en mathématiques ou en lettres que dans d'autres disciplines). Les formations d'ingénieurs se trouveraient ainsi rapprochées de cette filière universitaire.

L'autre filière devrait être rattachée à une formation doctorale. Le Ministère veut favoriser cette notion d'école doctorale ; par exemple les allocations de recherche parviendront uniquement à ces écoles, et les DEA qui relèvent d'une même école devront les répartir entre eux. Il s'agit de responsabiliser davantage les établissements : aux universités de faire les choix, aux Présidents d'université de prendre leurs responsabilités, la nouvelle Direction de la Recherche n'ira pas — comme le faisaient les DSPT — visiter les laboratoires et intervenir dans les décisions locales. Elle observera et, lors des contrats quadriennaux, décidera de soutenir ou non telle formation doctorale ou telle équipe.

La rupture entre l'année de DEA, constituée essentiellement de cours, et les années de recherche devrait disparaître. Tout au long des quatre années (de bac+5 à bac+8), la formation doctorale devrait dispenser des cours, et l'étudiant ne pourra soutenir sa thèse que s'il valide tous ces enseignements.

La formation doctorale sera typiquement multidisciplinaire mais monosite : dans les grands centres, mathématiques seulement, ou mathématiques + physique, ou mathématiques + physique + chimie, ou mathématiques + biologie, ou mathématiques + informatique, par exemple. Elle est destinée à augmenter la lisibilité de la recherche dans un établissement et à faciliter la mobilité notamment du fait qu'elle correspond à une harmonisation à l'échelle européenne.

[3]selon des informations d'octobre 98, les les DEA ne seront pas supprimés. Ils seront créés et évalués dans le cadre des contrats quadriennaux.

Comment voyez vous la place des mathématiques dans les écoles d'ingénieurs ?

Notre Direction n'intervient pas au titre de l'enseignement dans les écoles d'ingénieur (pas plus que dans les universités). Je trouve néanmoins préoccupant d'y voir l'intérêt pour les mathématiques baisser d'année en année. Je pense qu'elles devraient se rapprocher des universités, voire entrer dans le périmètre des universités. Les diplômes d'ingénieurs doivent être reconnus dans les formations universitaires, en mathématiques comme en informatique. Il serait très préjudiciable de classer systématiquement les écoles d'Ingénieurs dans le cadre « 5 », et de leur interdire de participer au cadre « 8 ».

Quel message souhaitez vous faire passer à notre communauté ?

Tout d'abord un message rassurant. La Direction de la recherche, en partie héritière de l'élan donné par la DRED à la recherche universitaire en général et au développement des laboratoires de mathématiques en particulier, place le monde universitaire au centre du dispositif de recherche national. Les moyens attribués aux équipes en 1998 ont été renforcés en moyenne, la part occupée par les mathématiques est restée globalement stable. Rien ne nous pousse à nous inquiéter réellement pour le soutien qu'auront les mathématiques ces prochaines années.

Ensuite ce qui caractérise les mathématiques ces dernières années, c'est leur ouverture vers les disciplines voisines, physique, informatique, biologie et vers les applications : les mathématiciens font de réels efforts d'ouverture. Il est essentiel que cet effort se poursuive, que davantage de jeunes (les AMN dont nous parlions, par exemple) se tournent vers les mathématiques appliquées (probas-stat, edp,...). C'est particulièrement vrai pour les statistiques, qui sont insuffisamment développées en France, c'est très important, pour ce qui est de la couverture scientifique comme pour les débouchés.

Cette ouverture remarquable n'est pas synonyme d'éclatement, ou d'éparpillement, elle va de pair avec une affirmation de plus en plus grande de l'unité des mathématiques.

SUR L'ÉDUCATION MATHÉMATIQUE

Vladimir I. ARNOLD
Université Paris IX et Institut Steklov

Difficile est saturam non scribere.

Juvenal, Satura I, 30.

Les mathématiques font partie de la physique. La physique est une science expérimentale, une des sciences naturelles. Les mathématiques, ce sont la partie de la physique où les expériences ne coûtent pas cher.

L'identité de Jacobi (qui force les trois hauteurs d'un triangle à être concourantes) est tout autant un fait expérimental que la rotondité de la Terre (le fait que la terre soit homéomorphe à une boule), mais cela revient moins cher à vérifier ! Au milieu du XX^{e} siècle on a essayé de séparer les mathématiques de la physique. Les résultats ont été catastrophiques ! On a vu apparaître des générations entières de mathématiciens ignorant la moitié de leur science — n'ayant d'ailleurs pas la moindre idée d'aucune autre. Ils ont commencé à enseigner leur horrible scolastique pseudomathématique, d'abord aux étudiants, puis aux lycéens, en oubliant le principe de Hardy, selon lequel il n'y a pas de refuge permanent sous le soleil pour des mathématiques laides. Comme de telles mathématiques scolastiques, séparées de la physique, ne sont adaptées ni à l'enseignement, ni à aucune application éventuelle à d'autres sciences, les mathématiciens se sont fait haïr des lycéens (dont certains ensuite sont devenus ministres[1]) et des utilisateurs. La construction sans harmonie faite par des mathématiciens ruminant leurs complexes d'ignorance vis-à-vis de la physique me fait penser à la construction axiomatique des nombres impairs. Il est évident qu'on peut construire une telle théorie, on peut même la faire admirer par les élèves pour sa beauté et son architecture interne (on a par exemple que la somme d'un nombre impair de nombres impairs est toujours bien définie ainsi que le produit de nombres impairs). De ce point de vue sectaire, les nombres pairs sont une hérésie ; mais on peut aussi les introduire plus tard dans la théorie comme « nombres idéaux », ceci pour s'adapter aux besoins de la physique et du monde réel. Malheureusement, c'est une construction similaire qui a dominé l'enseignement de la mathématique en France pendant des décades.

[1]NTD Cet article a été écrit pour une revue moscovite

Cette perversion, née en France, s'est vite répandue à l'enseignement de base des mathématiques, d'abord aux étudiants, puis aux élèves, d'abord en France, puis ailleurs, Russie inclue. A la question « Combien font 2 +3 ? » un élève d'école français a répondu « 3 +2, puisque l'addition est commutative ». Il ne savait même pas à quoi cette somme était égale, il ne comprenait même pas ce qu'on lui demandait ! Un autre élève (tout a fait sensé selon moi) définissait les mathématiques de la manière suivante : « Il y a des carrés, encore faut-il le prouver ! » Selon mon expérience pédagogique en France, l'idée de la mathématique chez les étudiants n'est pas très éloignée de celle de cet écolier. C'est même vrai pour les normaliens (j'ai la plus grande pitié pour ces étudiants, qui ne manquent évidemment pas d'intelligence par nature mais sont estropiés par un enseignement abêtissant). Par exemple les normaliens n'ont jamais vu de paraboloïde hyperbolique de leur vie et si on leur demande la forme de la surface d'équation

$$xy = z^2$$

cela provoque chez eux de la stupeur ! Dessiner la courbe donnée sous forme paramétrique par exemple par

$$x = t^3 - 3t$$
$$y = t^4 - 2t^2$$

est un problème insoluble pour les étudiants (et probablement pour la majorité des professeurs français de mathématiques). Pourtant, à l'époque du premier manuel d'analyse de l'Hôpital (*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, Paris 1696) et en gros jusqu'au manuel de Goursat la capacité de résoudre de tels problèmes était considérée — autant que la connaissance des tables de multiplication — comme une part indispensable du bagage de tout mathématicien. Les zélotes de la mathématique superabstraite, privés par les Dieux de l'imagination géométrique, ont éliminé toute la géométrie de l'éducation, alors que c'est à travers elle que passent le plus souvent les relations avec la physique et le réel. Les manuels de Goursat[2], Hermite, Picard, ont failli récemment être jetés de la bibliothèque universitaire de Jussieu, comme obsolètes et donc néfastes (on ne les a conservés que sur mon intervention). Les normaliens, qui avaient déjà suivi des cours de géométrie algébrique et de géométrie différentielle donnés par des mathématiciens respectés, se sont révélés ignorant de la surface riemannienne associée

[2]NDT Pauvre Goursat, il en a eu des malheurs : C'est déjà pour remplacer son manuel « out of date » que se sont manifestées les premières velléités, alors pédagogiques, de N. Bourbaki : cf. discours d'H. Cartan en 1958, publié en anglais en 1980, The Math. Intelligencer vol. 2, 4. 1980, page 176

à une courbe elliptique et aussi de la classification topologique des surfaces (sans parler des intégrales elliptiques de première espèce ni de la structure de groupe d'une courbe elliptique ou du théorème d'addition : ils n'ont appris que les structures de Hodge et les variétés jacobiennes !) Comment a-t-on pu en arriver là, en France, le pays de Lagrange, de Cauchy et Poincaré, de Jean Leray et de René Thom ? Je me souviens de l'explication que m'a proposé Petrovski en 1966 du comportement des mathématiciens : les vrais mathématiciens ne forment pas de gangs, mais les faibles en ont besoin pour survivre.[3]

Ils peuvent se regrouper sous différentes banderoles (la superabstraction, l'antisémitisme ou les problèmes « appliqués et industriels »), mais cela se fait toujours essentiellement pour résoudre un problème de nature sociale : comment survivre dans un environnement intellectuel plus qualifié ? Je me souviens d'ailleurs des mots de Louis Pasteur « il n'y a jamais eu et il n'y aura jamais de « sciences appliquées », il n'y a que des applications de la science » (souvent très utiles !) Il m'est arrivé de mettre en doute la réflexion de Petrovski, mais aujourd'hui je suis de plus en plus convaincu de son exactitude. Une part significative de la mathématique dite abstraite se réduit tout simplement à une appropriation systématique et impudente des résultats chez les créateurs, pour ensuite les attribuer aux épigones généralisateurs. De même que l'Amérique ne porte pas le nom de Colomb, les résultats mathématiques ne portent presque jamais le nom de ceux qui les ont découverts. Je dois remarquer que mes résultats n'ont jamais fait l'objet de pareils détournements, mais c'est arrivé systématiquement à mes maîtres (Kolmogorov, Petrovski, Pontryagin, Rohlin) comme à mes élèves.

Le professeur Michael Berry a formulé les deux principes suivants :

— Principe d'Arnold : Si une notion porte un nom propre, ce n'est pas celui de son créateur.

— Principe de Berry : Le principe d'Arnold s'applique à lui-même.

Revenons à l'enseignement des mathématiques en France. Quand j'étais étudiant en première année à l'Université de Moscou, le cours d'Analyse était fait par Toumarkin, un spécialiste de topologie et théorie des ensembles, et il suivait un cours à la française (comme Goursat). Il nous apprenait que les intégrales de fonctions rationnelles le long de courbes algébriques s'expriment au moyen de fonctions élémentaires si la surface de Riemann correspondante est une sphère, et qu'en général elles ne s'expriment pas ainsi si le genre est supérieur, et que pour que la surface de Riemann soit une sphère il suffit qu'il existe pour une courbe de degré fixé un assez grand nombre de points doubles (qui obligent la

[3]NDT Ceci ne s'applique évidemment qu'aux mathématiciens russes.

courbe à être unicursale : on peut dessiner les points réels dans le plan projectif d'un seul trait). Ces faits en eux-mêmes excitent l'imagination, même sans aucune démonstration, et donnent une meilleure idée des mathématiques contemporaines que plusieurs volumes de Bourbaki. Ils nous apprennent en effet qu'il existe des relations remarquables entre des faits apparemment sans rapports : l'existence d'une expression d'intégrales en termes de fonctions élémentaires et la topologie de la surface de Riemann correspondante, ou encore le lien entre le nombre de points doubles et le genre de la surface, qui en plus se manifeste dans le plan réel comme la propriété d'unicursalité. Déjà Jacobi affirmait que c'était le plus grand attrait de la mathématique que de voir apparaître la même fonction dans la représentation d'un nombre entier comme somme de quatre carrés et dans le mouvement du pendule. La découverte de ces liens entre objets mathématiques éloignés peut être comparée à celle des rapports entre l'électricité et le magnétisme en physique, ou de la ressemblance entre la Côte Ouest de l'Afrique et la Côte est de l'Amérique en géologie. Il est difficile de surestimer la valeur émotionnelle de ces découvertes dans l'enseignement. Elles nous apprennent en effet à chercher et à trouver d'autres manifestations de l'unité du monde. La dégéométrisation de l'éducation mathématique et le divorce avec la physique brisent ces relations. Par exemple, les étudiants d'aujourd'hui, comme les géomètres algébristes modernes ne connaissent plus en général le fait (voir la remarque de Jacobi) que l'intégrale elliptique de première espèce exprime le temps le long d'une courbe elliptique pour le système dynamique hamiltonien correspondant. En reprenant les mots connus sur l'électron et l'atome[4], on peut dire que l'hypocycloïde est aussi inépuisable qu'un idéal de l'anneau des polynômes. Mais enseigner les idéaux de polynômes à des étudiants qui n'ont jamais vu d'hypocycloïde est aussi absurde que d'enseigner l'addition des fractions à des enfants qui n'auraient jamais divisé une pomme ou un gâteau en parties égales, ne serait-ce que mentalement. Il ne faut pas s'étonner ensuite qu'ils préfèrent ajouter le numérateur au numérateur et le dénominateur au dénominateur.

[4]Lénine « L'électron est aussi inépuisable que l'atome ! »

Mes amis français m'ont dit que la tendance à la généralisation toujours plus abstraite est une tradition nationale[5]. Je me demande effectivement s'il ne s'agit pas d'une maladie héréditaire, mais je souligne tout de même que j'ai emprunté l'exemple de la pomme et du gâteau à Poincaré. Le schéma de construction d'une théorie mathématique ressemble tout à fait à celui de n'importe laquelle des autres sciences naturelles. Au début nous étudions certains objets, nous faisons des observations dans différentes circonstances. Puis nous cherchons à trouver les limites d'applications de nos observations, nous cherchons des contre-exemples, en évitant de trop généraliser (exemple : le nombre de partitions des entiers impairs 1, 3, 5, 7, 9 en un nombre impair de parties forme la suite 1, 2, 4, 8, 16, mais ensuite apparaît le nombre 29). A la suite de ces observations nous formulons si possible une conjecture comme découverte empirique (par exemple la conjecture de Fermat, celle de Poincaré). Puis arrive la période difficile où il s'agit de vérifier si nos conjectures sont à la hauteur des réalités. En mathématique a été mise au point une technique particulière qui peut parfois être utile pour les applications pratiques mais qui peut nous induire en erreur. Elle s'appelle la *modélisation.* Pour la construction d'un modèle on fait l'idéalisation suivante : certains faits, connus seulement avec un certain degré d'approximation ou de probabilité, sont considérés comme absolument vrais et sont pris comme « axiomes ». La signification de cet « absolu » est exactement que nous nous permettons d'agir avec ces « faits » selon les règles de la logique formelle, en appelant « Théorèmes » les déductions que nous en tirons. Il est clair que dans aucune action réelle on ne peut s'appuyer entièrement sur de telles déductions, parce que les paramètres des phénomènes étudiés ne sont pas connus tout à fait exactement, et qu'une petite modification (par exemple des conditions initiales du processus) peut complètement bouleverser le résultat. C'est ainsi qu'il n'est pas possible d'espérer des prévisions météorologiques dynamiques sur une longue période, et que

[5]Il semble que le premier « Bourbakiste » ait été Descartes, qui a subordonné toute les sciences à des axiomes simples en voulant en déduire tout le reste par des déductions mathématiques. Quand Pascal, encore très jeune, a confirmé par des expériences célèbres (en remplaçant le mercure de l'Italien Toriccelli par du vin français), que l'axiome « la nature a horreur du vide » est faux, il est venu en discuter avec le grand Maître des Sciences de l'époque, Descartes. Comme ces expériences infirmaient ses théories, Descartes, méprisant, a désapprouvé les théories de Pascal ; il a écrit quelque temps après à Huygens que le seul vide auquel il croyait était celui du cerveau de Pascal. Quelque mois plus tard le prophète de l'axiomatisme prétendait déjà avoir suggéré à Pascal ces expériences. Ref. Henri Gee, « L'Auvergne, berceau du voyage spatial », Le Monde, le 3 avril 1998, p. 24

cela restera impossible quels que soient les perfectionnements des ordinateurs et de l'enregistrement des données. De même une petite modification des axiomes (en lesquels de toute façon nous ne pouvons avoir totalement confiance) peut conduire à d'autres conclusions que celles fournies par les théorèmes obtenus. Plus sont longs et astucieux les raisonnements (« démonstrations »), moins le résultat final est robuste. Les modèles compliqués sont rarement utiles (sauf pour écrire des thèses). La technique mathématique de modélisation consiste en ce qu'on oublie les défauts et on parle des modèles déductifs comme s'ils coïncidaient avec la réalité. Le fait même que cette méthode évidemment incorrecte du point de vue scientifique conduise souvent à des résultats utiles est appelé « l'efficacité déraisonnable des mathématiques dans les sciences physiques » (Wigner). On peut d'ailleurs ajouter, suivant Israël M. Gelfand, qu'il y a un autre phénomène tout aussi déraisonnable, c'est l'inefficacité déraisonnable des mathématiques en biologie. Pour un physicien, « le poison subtil de la formation mathématique », selon l'expression de Félix Klein, c'est justement que le modèle devenu autonome se sépare de la réalité et ne lui est plus comparé. Voici un exemple simple : les mathématiques nous apprennent que la solution de l'équation de Malthus

$$dx/dt = x$$

est déterminée de manière unique par les conditions initiales — autrement dit les différentes courbes intégrales dans le plan des variables (x, t) ne se rencontrent pas. Cette conclusion du modèle mathématique est bien éloignée de la réalité. Une expérience sur ordinateur montre que toutes les courbes intégrales ont des points communs sur l'axe négatif des t. Et en effet les deux courbes correspondant aux conditions initiales

$$x(0) = 0$$

et

$$x(0) = 1$$

sont pratiquement confondues en $t = -10$, et en $t = -100$ on ne peut plus mettre un atome entre les deux courbes. Les propriétés de l'espace à des distances aussi infimes ne sont absolument plus décrites par la géométrie euclidienne. L'application du théorème d'unicité dans cette situation dépasse évidemment le degré d'exactitude du modèle. Il faut en tenir compte dans les applications pratiques, sinon on peut avoir de sérieux ennuis. Je remarque par ailleurs que le même théorème d'unicité explique pourquoi l'étape finale d'amarrage d'un bateau est conduite à la main. Le contrôle, avec une vitesse fonction lisse — par exemple linéaire

— de la distance, demanderait un temps infini pour l'amarrage. L'alternative serait un choc contre le quai (amorti par des corps convenables, pas parfaitement élastiques). Il a fallu traiter sérieusement ce problème lors de l'arrivée des premiers appareils sur la Lune et sur Mars, et aussi pour l'amarrage aux stations spatiales, et là le théorème d'unicité travaille contre nous. Malheureusement, ni de tels exemples, ni les recommandations face au danger de la fétichisation des théorèmes ne se trouvent dans les manuels modernes, même les meilleurs.

Je me suis même dit que les scolastes de la mathématique (qui connaissent si peu la physique) croient en une différence fondamentale entre les mathématiques axiomatiques et la pratique habituelle de la modélisation (qui doit toujours être suivie de la vérification des conclusions par l'expérience). Sans parler même du caractère relatif des axiomes introduits, il ne faut pas oublier les erreurs logiques inévitables dans de longs raisonnements, ou des erreurs d'ordinateurs dues aux oscillations quantiques ou par exemple à des particules cosmiques. Tout mathématicien en activité sait que s'il ne se contrôlait pas (au mieux par des exemples), sur une dizaine de pages de calculs la moitié des signes serait fausse, et les « 2 » passeraient par erreur du numérateur au dénominateur. La technique pour combattre de telles erreurs est le contrôle extérieur par des expériences ou des comparaisons, avec des résultats obtenus par des méthodes indépendantes, comme dans toute autre science expérimentale. Il faut enseigner cette technique dès le début aux écoliers, dès les premières années d'enseignement. La tentative de construire des « mathématiques pures » suivant la méthode axiomatico-déductive a conduit au refus du schéma classique en physique :

— expérience-modèle-étude du modèle-conclusions-vérifications par l'expérience,

et à son remplacement par le schéma :

— définition-théorème-démonstration.

On ne peut pas comprendre une définition non-motivée, mais cela n'arrête pas nos criminels axiomatisateurs algébristes. Ils seraient prêts par exemple à définir le produit des nombres entiers à l'aide de la loi de multiplication des nombres décimaux. La commutativité de la multiplication devient alors un théorème difficile, pénible à démontrer, elle peut être déduite des axiomes. On peut alors enseigner ce théorème et sa démonstration aux misérables étudiants, avec pour but à la fois d'affirmer l'autorité de la science et celle des enseignants. Il est clair qu'une telle définition et de telles démonstrations n'ont aucune valeur ni pour l'enseignement ni pour leur utilisation pratique. Elles ne peuvent faire que du mal. Pour comprendre la commutativité de la multiplication, il faut soit compter de deux manières le nombre de soldats alignés en rang sur une place, soit calculer la surface d'un rectangle selon deux ordres différents. Essayer d'échapper à l'intervention de la réalité physique dans les mathématiques est une attitude sectaire et isolationniste qui détruit aux yeux de toute personne sensée l'image des mathématiques comme activité utile.

Je vais dévoiler encore quelques secrets du même genre, dans l'intérêt des étudiants terrorisés par l'abstraction.

— Le *déterminant* d'une matrice, c'est le volume (orienté) du parallélépipède dont les côtés sont les vecteurs-colonnes. Si on livre aux étudiants ce secret, soigneusement caché dans des manuels d'algèbre bien astiqués, alors toute la théorie des déterminants devient compréhensible comme une partie naturelle de la théorie des formes multilinéaires. Si on définit les déterminants autrement, un étudiant sensé gardera toute sa vie une aversion pour les déterminants comme pour les matrices jacobiennes et donc pour le théorème des fonctions implicites.

— Qu'est-ce qu'un *groupe* ? Les algébristes nous enseignent que c'est un ensemble muni de deux opérations, avec une pile d'axiomes qu'on oublie facilement. Cette définition suscite naturellement une protestation : en quoi un être intelligent a-t-il besoin d'un tel couple d'opérations ? La situation est complètement différente si on ne commence pas par les groupes abstraits mais par la notion de transformation (correspondance bijective d'un ensemble dans lui-même), comme d'ailleurs ce fut le cas historiquement ; une famille de transformations d'un ensemble s'appelle un groupe si chaque fois qu'elle contient deux transformations elle contient leur composée et si chaque fois qu'elle contient une transformation elle contient son inverse. Voilà la définition complète. Les « axiomes » ne sont que les propriétés (évidentes) des groupes de transformations. Ce que les axiomatisateurs appellent « groupes abstraits », ce sont simplement les groupes de transformations de différents ensembles, regardés à isomorphisme près (correspondance bijective qui conserve les opérations). Il n'y a pas d'autres groupes plus « abstraits » dans la nature, comme l'a démontré Cayley. Pourquoi faut-il que les algébristes torturent encore aujourd'hui les définitions avec la définition abstraite ? Dans les années soixante j'ai fait un cours de théorie des groupes à des lycéens moscovites, m'éloignant le plus possible de l'axiomatique, je cherchais à être le plus proche de la physique, et en un semestre je suis arrivé au théorème d'Abel sur l'irrésolubilité de l'équation générale du cinquième degré par radicaux (chemin faisant j'ai enseigné aux élèves les nombres complexes, les surfaces de Riemann, les groupes fondamentaux et les groupes de monodromie des fonctions algébriques). Ce cours a été rédigé et publié par un des élèves, V. Alexeiev, sous le nom de « Le théorème d'Abel par les problèmes ».

— Que veut dire *variété lisse* ? J'ai lu récemment dans un livre américain que Poincaré ne connaissait pas cette notion (qu'il a introduite lui-même en mathématique), et que la définition moderne a été introduite seulement dans les années vingt par Veblen ; une variété, c'est un espace topologique vérifiant toute une série d'axiomes. Quels péchés les étudiants doivent-ils expier pour devoir subir toutes ces tortures ? Dans son article « Analysis situs » Poincaré donne une définition claire et directe d'une variété différentiable, bien plus utile que la définition abstraite. Une sous-variété différentiable de dimension k de l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$, c'est un sous-ensemble qu'on peut représenter au voisinage de chacun de ses points comme le graphe d'une application de $\mathbb{R}^k$ dans $\mathbb{R}^{n-k}$. C'est la généralisation directe des courbes habituelles dans le plan comme le cercle

$$x^2 + y^2 = 1$$

et des courbes et des surfaces dans l'espace. On définit entre variétés différentiables, de manière naturelle, la notion d'application différentiable. Un difféomorphisme est une application différentiable ainsi que son inverse. Une variété différentiable « abstraite », c'est une sous-variété différentiable d'un espace euclidien, considérée à difféomorphisme près. Il n'y a pas dans la nature de variétés différentiables de dimension finie plus « abstraites » (C'est le théorème de Whitney). Pourquoi torturons-nous encore maintenant les étudiants avec la définition abstraite ? Ne vaut-il pas mieux leur démontrer le théorème de classification des variétés compactes de dimension deux (des surfaces) ? Inversement, ce théorème remarquable (n'est-ce pas vraiment étonnant que toute surface compacte connexe orientée soit une sphère à laquelle on a rajouté un certain nombre d'anses ?) donne une bonne idée de ce qu'est la mathématique aujourd'hui, une idée bien plus exacte que les généralisations superabstraites des sous-variétés naïves des espaces euclidiens, généralisations stériles présentées par les axiomatisateurs comme de grandes victoires des mathématiques. Le théorème de classification des surfaces est un succès mathématique de premier ordre, comparable à la découverte de l'Amérique ou à celle des rayons X. C'est une véritable découverte de la connaissance mathématique et il est d'ailleurs difficile de décider si le fait lui-même relève des mathématiques ou de la physique. Par sa signification et ses conséquences, sa contribution à une mise en place de conceptions justes sur l'Univers, il surpasse de loin les « accomplissements » des mathématiques que sont la solution du problème de Fermat ou la démonstration de ce que tout nombre entier assez grand est somme de trois nombres premiers. A titre de publicité pour la mathématique contemporaine on présente souvent de telles réussites sportives comme le dernier mot de cette science. Il est clair que non seulement cela ne provoque pas une grande admiration pour la mathématique, mais qu'au contraire cela suscite des doutes sur la nécessité de tels efforts (comparables à l'escalade de rochers difficiles) pour résoudre des problèmes exotiques dont on peut se demander à qui et à quoi ils vont servir. Le théorème de classification des surfaces devrait être introduit (sans démonstration) dans le cours de mathématique dès le lycée, mais étrangement il n'est même pas encore enseigné à l'Université (où d'ailleurs, en France, on a pratiquement ôté ces dernières années toute la géométrie). Le retour de l'éducation mathématique, à tous les niveaux, de bavardages scolastiques à l'étude d'un champ important de la connaissance, est une question même plus urgente en France qu'ailleurs. J'ai été stupéfait d'apprendre qu'ici les étudiants ne connaissent pas les meilleurs livres d'enseignement des méthodes mathématiques (qui ne sont d'ailleurs pas tous traduits en français, semble-t-il) : *Nombres et figures* de Hans Rademacher et Hugo Toeplitz, *Géométrie visuelle* de Hilbert-Cohn-Vossen, *Que sont les mathématiques ?* de Courant-Robbins, *Comment résoudre un problème ?* et *Mathématique et raisonnement* de George Polya, *Leçons sur le développement des mathématiques au* XIX[e] *siècle* de Félix Klein. Je me souviens très bien de la très forte impression que fit sur moi pendant mes années de lycée le livre d'analyse d'Hermite (qui existait en russe !). Les surfaces de Riemann apparaissaient, semble-t-il, dans l'un des premiers Chapitres (l'analyse se faisait bien entendu sur les complexes, comme il se doit). Le développement des intégrales était étudié à l'aide de déformations du chemin d'intégration sur la surface riemanienne, obtenus en déplaçant les points de ramification (aujourd'hui on appellerait cela la théorie de Picard–Lefschetz, d'ailleurs Picard était le gendre d'Hermite ; les compétences mathématiques se transmettent souvent par les gendres, la dynastie Jacques Hadamard–Paul Lévy, Laurent Schwartz–Uriel Frisch est un autre exemple à l'Académie des Sciences). Le cours obsolète d'Hermite d'il y a cent ans (probablement retiré à présent des bibliothèques universitaires françaises) était bien plus moderne que les ennuyeux manuels d'analyse qui font souffrir les étudiants d'aujourd'hui. Si les mathématiciens ne se font pas eux-mêmes la leçon, les utilisateurs (qui auront toujours besoin des résultats de la mathématique moderne, dans le meilleur sens du mot, et qui gardent une immunité naturelle contre le bavardage axiomatique inutile) chasseront finalement les scolastes demi-savants des écoles et des universités. Sinon, le professeur de mathématiques qui n'aura pas assimilé une bonne partie des Landau-Lifchitz paraîtra aussi anachronique qu'aujourd'hui celui qui ne connaît pas la différence entre un ouvert et un fermé.

Traduction : J.-M. Kantor