Gilles Châtelet décrit des aspects plus philosophiques, défendant l'apport profond des mathématiques à la pensée et critiquant une pensée réductionniste qu'il appelle "techno-populisme".

Jean-Jacques Risler illustre l'importance des mathématiques dans le monde contemporain et le rôle formateur majeur qu'elles jouent.

Pierre Schapira, dans un texte déjà publié dans le journal "Le Monde", développe la nécessité grandissante de concepts de plus en plus élaborés dans le monde moderne – les mathématiques jouant clairement un rôle très important dans la génèse de concepts.

Jean-Pierre Bourguignon plaide pour une plus grande ouverture des mathématiciens et les appelle à saisir les occasions offertes par le foisonnement des développements techniques et conceptuels devant faire appel aux mathématiques. Il pose également la question du devenir de nos étudiants[3].

Bref la constitution d'un dossier – sous forme de contributions personnelles variées – sur le rôle des mathématiques dans la société, l'enseignement et la culture nous a semblé utile : une sorte de "défense des mathématiques" qui passerait également par une analyse autocritique. Voici les premiers textes, vous êtes tous invités à continuer à enrichir ce débat au fil des prochains numéros de la gazette.

LES MATHÉMATIQUES, DE L'UTILITÉ À LA CULTURE

Jean-Jacques DUBY

Directeur Général de Supelec

La distinction entre mathématiques pures et mathématiques appliquées est aujourd'hui consacrée par l'usage. Personnellement, je trouve cela très regrettable. Non que je déplore que les mathématiques appliquées se distinguent en tant que branche de la discipline mathématique, mais parce que c'est sous ce terme d'appliquées qui implique, *volens nolens*, que les autres mathématiques ne le sont pas, donc qu'elles ne servent à rien. A cet égard, la dénomination de mathématiques pures n'est pas moins chargée sémiotiquement : les autres mathématiques seraient-elles impures? Les mathématiciens, habitués à jouer avec la sémantique des mots et l'arbitraire des définitions, ont sans doute sous-estimé les conséquences psychosociologiques de cette terminologie qui tend à opposer "pures" et "appliquées". Le sentiment qu'éprouvent bien des mathématiciens purs, d'être victimes d'ostracisme, trouve son origine dans cette opposition, qui n'a pas lieu d'être, mais qui se trouve confortée par la réaction intégriste de certains d'entre eux, de défendre une "pureté" qui relève pourtant plus de la

[3] On pourra, à ce sujet, consulter dans le dossier "Informations" de la Gazette numéro 73 les statistiques concernant les doctorats soutenus dans les trois dernières années.

catachrèse que de la sémantique. Pour tenter de rompre ce cercle vicieux, je ne parlerai plus que de mathématiques, tout court.

Dans tous les métiers que j'ai exercés au cours de ma vie professionnelle – d'un tiers de siècle... – les mathématiques m'ont été utiles. Et pourtant, quelque regret que j'en aie, je n'ai pas fait des mathématiques ma profession. Les hasards de la vie et les opportunités qui se sont présentées ont fait de moi successivement un informaticien – chercheur, ingénieur, responsable de R & D et même... directeur commercial – chez un constructeur, un directeur scientifique au CNRS, un conseiller scientifique d'un grand groupe d'assurance et, depuis peu, un directeur de grande école. Certes, sauf peut-être au début de ma carrière, lorsque je faisais partie des pionniers qui édifiaient les bases de l'informatique, je ne peux pas dire que j'aie beaucoup utilisé les théories mathématiques que j'avais apprises au lycée, puis rue d'Ulm. Mais ma formation de mathématicien m'a servi autrement : d'abord, et d'une manière générale, en m'ayant appris à résoudre des problèmes; ensuite, en m'ayant donné une vue et une intuition des outils qui pouvaient être utilisés pour résoudre certains d'entre eux. Et je crois que c'est comme cela que les mathématiques sont utiles pour les non mathématiciens : par la formation qu'elles leur donnent, par les solutions qu'elles leur apportent.

Parlons d'abord de la formation. Dans mes responsabilités à la tête d'une école d'ingénieurs, je me suis demandé comment caractériser le travail d'un ingénieur. En fin de compte, ce que l'on demande à un ingénieur dans une entreprise, c'est premièrement de poser un problème, deuxièmement de trouver une idée pour le résoudre, troisièmement de s'assurer que son idée "marche". A y bien réfléchir, c'est exactement le travail du mathématicien : premièrement poser le problème en en décrivant exhaustivement les hypothèses et les données, deuxièmement trouver le cadre théorique et l'approche qui permettront de le résoudre, troisièmement vérifier que la solution est correcte dans tous les cas de figure. Contrairement à ce que beaucoup pensent, j'affirme que la résolution de problèmes de maths est une excellente préparation au travail d'ingénieur. Ou du moins qu'elle pourrait l'être, à une condition que je préciserai plus loin.

On a dit ce que l'enseignement des mathématiques apporte à la formation du raisonnement, de la rigueur et de l'honnêteté intellectuelle. Mais on parle moins souvent de la contribution des mathématiques au développement de l'imagination et des capacités d'innovation des jeunes esprits. Or, notre système éducatif français, qui est fondé essentiellement sur l'acquisition de connaissances théoriques, et dont les procédures de contrôle et de sélection reposent sur la restitution de ces connaissances sous une forme canonique, favorise plus les capacités d'abstraction et de mémorisation que les capacités d'invention et de réalisation. Lorsque l'accélération des progrès technologiques et la mondialisation des marchés obligent les entreprises à innover constamment pour se développer ou même survivre, cela représente une faiblesse. Or, aussi paradoxal que cela puisse paraître, les mathématiques sont un champ disciplinaire propice à l'imagination et à la créativité, comme le montrent les nombreux "jeux mathématiques", des concours comme "Kangourou", des revues comme "Tangente", des opérations comme "Maths en Jeans" qui, chacun à sa manière, exaltent l'invention mathématique. Mieux que d'autres disciplines, les mathématiques sont capables de remédier à ce qui devient un point faible de notre tradition pédagogique sans sacrifier son point fort, en conciliant le développement des qualités d'innovation avec celui des connaissances et des capacités conceptuelles. Encore faudrait-il, ainsi que je l'évoquais plus haut, poser les problèmes comme ils se posent à l'ingénieur, c'est à dire sans prétraitement qui les transforme en une suite de questions élémentaires dont chacune peut être résolue par une recette apprise par coeur.

Parlons maintenant des mathématiques comme solution de problèmes qui se posent à l'industrie, et plus généralement à l'entreprise ou même à la société. Ce qu'il est convenu d'appeler la demande socio-économique s'adresse aujourd'hui à toutes les disciplines scientifiques, au premier rang desquelles les mathématiques. On assiste depuis quelques années à une évolution de cette demande, qui tend à s'adresser de plus en plus à l'amont, à la partie la plus fondamentale des disciplines : l'électronique, par exemple, avec la miniaturisation croissante des circuits intégrés, se heurte à des problèmes de physique fondamentale comme les phénomènes quantiques ou les comportements mésoscopiques de la matière; de même, l'industrie pharmaceutique a besoin pour progresser de connaître les mécanismes biomoléculaires à la base de l'immunologie ou des échanges cellulaires. Il en va de même pour les mathématiques : au fur et à mesure que les problèmes posés deviennent plus difficiles, on a besoin pour les résoudre de faire appel aux mathématiques plus fondamentales, aux théories les plus abstraites. Cette évolution est bien illustrée par les codes auto-correcteurs : tant que l'on se contente de corriger des erreurs portant sur un seul bit, l'algèbre linéaire est suffisante pour fournir les codes de Hamming; si l'on veut corriger une dizaine de bits, il faut faire appel à la théorie de Galois pour calculer un code de Bose-Chaudhari; et pour trouver des codes encore plus performants, on espère en la géométrie algébrique avec les codes de Gopa. La tendance est au remplacement des approches locales par des solutions globales, de l'approximation numérique par le calcul formel : en optique, la propagation de fronts d'ondes se révèle un outil plus puissant que le *ray tracing*; la CAO robotique recourt à la géométrie algébrique réelle. La seule dichotomie épistémologiquement correcte est entre les mathématiques qui ont déjà été appliquées et celles qui ne le sont pas encore : qui aurait prédit que la logique mathématique serait un jour utilisée par l'industrie (celle des progiciels) ou que la théorie des nombres serait indispensable à la télévision à péage?

C'est ici que l'ingénieur ou le dirigeant dans l'entreprise a besoin de la culture mathématique qu'il aura acquise durant ses études : tous connaissent aujourd'hui les possibilités offertes par les outils mathématiques de modélisation pour résoudre un grand nombre de problèmes industriels, mais seul celui qui aura vu plus de mathématiques que les autres sera capable d'avoir la bonne intuition de l'outil qui résoudra les problèmes les plus difficiles et d'aller voir le spécialiste de la mathématique qu'il faut. Et c'est ici que les mathématiciens, en tant que chercheurs comme en tant qu'enseignants, sont responsables : chercheurs, ils se doivent d'être d'autant plus ouverts aux problèmes industriels que leur domaine de recherche paraît plus éloigné de toute possibilité d'application; enseignants, ils doivent s'attacher à montrer que les mathématiques sont non seulement une discipline qui est une magnifique construction "pour l'honneur de l'esprit humain", mais aussi qu'elles sont un outil puissant qui n'est pas loin d'être universel.

Ce qui nous ramène à la formation et à l'enseignement des mathématiques. A l'attention de l'immense majorité des jeunes qui n'utiliseront jamais plus les mathématiques, et a fortiori de ceux qui s'en serviront dans leur métier, ce ne sont pas des recettes de calcul qu'il faut bachoter, c'est une culture mathématique qu'il faut inculquer. Une culture mathématique, comme toute culture, doit partir de bases solides : de même qu'une culture historique exige comme préalable la connaissance des dates, une culture mathématique passe par la maîtrise d'éléments de base de l'algèbre, de l'analyse et de la géométrie, tant sur le plan conceptuel que sur le plan opératoire. La culture mathématique telle que je la conçois ne se limite pas, bien sûr, à ces éléments, mais s'étend à ce que j'appellerai l'exploration de différents domaines des mathématiques. Je dis "explorer" et non pas "apprendre" : il s'agit moins de savoir techniquement démontrer un théorème que de comprendre l'idée de sa démonstration, le rôle des hypothèses, la généralité des conclusions, les corollaires que l'on peut en déduire, l'utilisation que l'on peut en faire. Cette exploration ne serait pas uniformément superficielle, car il ne saurait exister de culture qui ne soit, par endroit, allée au fond des choses. L'acquisition d'une culture mathématique implique donc, sur quelques exemples choisis, de descendre dans les détails d'un calcul, de décortiquer la logique d'un lemme technique, de ressentir les difficultés. Bien entendu, les applications à des problèmes concrets, dans tous les domaines de la science, de la technique et même de la société, doivent faire partie d'une culture mathématique moderne. La dimension épistémologique ne saurait non plus en être absente, en ouvrant des perspectives vers le passé avec l'histoire des mathématiques, et vers l'avenir avec l'exposé de quelques problèmes ouverts qui touchent à la recherche – il en existe qui sont compréhensibles. Enfin, je pense qu'une culture mathématique moderne devrait inclure une certaine dose d'expérimental, en tirant parti notamment des capacités de visualisation et d'expérimentation offertes par l'informatique.

La culture mathématique a vocation à être universelle : le scientifique et le littéraire, le mathématicien et le biologiste, chacun doit avoir sa propre culture mathématique, qui diffère de celles des autres par ses bases de départ, son étendue, sa superficialité. Elle a vocation à être utile, d'abord sur le plan de la formation, ensuite sur celui de la vie professionnelle. Mais surtout, et contrairement à ce que l'on voit aujourd'hui, où il tarde à trop de jeunes d'abandonner toute mathématique dès qu'ils ont terminé leurs études, elle a vocation à subsister et à les accompagner dans la vie. Car, comme l'a dit un homme célèbre, "la culture, c'est ce qui reste quand on a tout oublié".

UNE PLACE POUR LES MATHS

Jean-Paul LAUMOND

Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des systèmes du CNRS, Toulouse

Les mathématiques sont partout, elles seraient donc nulle part. Leur identité propre aurait été artificiellement forgée par une élite soucieuse de s'isoler, dans le but de fourbir un moyen de sélection pour sa propre reproduction. Comme dans toute caricature, le trait force un caractère qu'il serait vain de ne pas reconnaître, et contre lequel il est nécessaire et possible de lutter.

Seulement la réalité est plus complexe : une identité ne se résume pas à un trait.

Que les mathématiques soient partout présentes et opérationnelles, nul ne le conteste et nombre de découvertes passées l'attestent. Moult disciplines consomment des mathématiques, voire en produisent pour leur besoin propre. Nombreux sont les champs disciplinaires où l'activité du chercheur pose le problème de son appartenance : physicien ou mathématicien ? chimiste ou mathématicien ? sociologue ou mathématicien ? ... A peine posée, la question est aussitôt tranchée : le chercheur en question, s'il est bien sûr jeune et brillant, est bien physicien, chimiste ou sociologue ; sa reconnaissance est acquise et il n'est pas question que la Section 01 vienne le débaucher.

En consommateur et non producteur de mathématiques je voudrais apporter trois réflexions.

On dit des mathématiques qu'elles sont coupées du réel ; certes elles n'ont pas pour objets l'observation et la compréhension d'un monde "naturel" comme l'ont la physique, la chimie ou la biologie, ou, plaçant l'homme dans la nature, la sociologie ou autres humanités. Leur but est de produire des abstractions, de comprendre leurs structures, leurs articulations ; et si elles deviennent des modèles d'une réalité sensible, tant mieux. On peut s'interroger pour savoir si ces abstractions sont découvertes ou inventées ; là n'est pas la question, elles constituent bien une véritable "matière à penser" dans l'observation et la compréhension de laquelle on peut retrouver des