celles des individus-élèves, à mille lieues de la trivialité fébrile du rapport instrumental, aux pratiques symboliques dont se gargarisent ceux qui aimeraient se faire reconnaître comme les "ennemis de Platon" en agitant l'épouvantail du principe de Réalité et d'Efficacité, en inondant des "débats d'idées" de pacotille pragmatique pour masquer leur servilité devant la commande socio-économique et les borborygmes des Marchés.

## DÉFENSE DES MATHÉMATIQUES

Jean-Jacques RISLER

*Président de la SMF*

Il est de bon ton ces temps-ci, chez certains scientifiques médiatiques et de renom, d'attaquer les mathématiques : celles-ci sont considérées comme marginales, périphériques, stérilisant l'imagination, élitistes, etc.[13]

Si on analyse un peu ce flot de reproches, on constate qu'il repose essentiellement sur deux arguments : le rôle (indéniable) que jouent les mathématiques dans la sélection des élites scientifiques, techniques et administratives, et l'inutilité, voire la perversité, des mathématiques.

Ces attaques semblent malheureusement commencer à porter leur fruits, comme le montre par exemple la diminution des horaires de mathématiques dans les classes de cinquième...

Mon propos ici n'est pas de répondre sur le premier point (je dirais simplement pour résumer que ce rôle de sélection est assumé par les mathématiciens, mais non revendiqué, et que c'est faire aux mathématiques un bien mauvais procès que de leur reprocher leur fonction dans le concours d'entrée à l'Ecole polytechnique, qui est a priori une école scientifique et non une préparation à la haute administration), mais d'essayer de rappeler l'importance cruciale des mathématiques dans le monde technique et scientifique. Je laisserai aussi de côté l'aspect purement conceptuel des mathématiques, pourtant essentiel, mais souvent mal compris du grand public, défendu par exemple par le regretté Jean Dieudonné[14], ou Pierre Schapira[15].

Les mathématiques interviennent et s'appliquent dans les sciences me semble-t-il à trois niveaux différents.

Tout d'abord, les sciences s'expriment à travers des mathématiques. Je veux parler ici des sciences qui appréhendent les phénomènes naturels avec des mesures quantitatives, et non pas de sciences comme par exemple la

[13] Claude Allègre, La défaite de Platon.
[14] Pour l'honneur de l'esprit humain.
[15] Défense du conceptuel, le Monde du 26 avril 1996. (Reproduit dans ce numéro NDRL)

botanique ou même la médecine : toute science qui tente de dégager des lois générales, prédictives et quantitatives (comme la physique, la chimie, etc.) s'exprime à l'aide d'un langage mathématique. On peut d'ailleurs noter que même les sciences "non quantitatives", dès lors qu'elles s'intéressent à un grand nombre d'objets ou d'évènements, utilisent des méthodes statistiques qui s'expriment en termes mathématiques (quelquefois très élaborés). C'est par exemple clairement le cas de la médecine.

Le second niveau est constitué par les mathématiques dites appliquées; l'utilité et la pertinence des mathématiques appliquées ne rentrent pas (ou peu) dans le cadre des attaques évoquées plus haut, et personne ne conteste vraiment leur caractère indispensable, même si souvent on n'est pas conscient de l'importance qu'elles peuvent avoir dans tel ou tel processus ou produit technologique. Qu'il me suffise de citer la météo (domaine où la modélisation mathématique, suivie d'une simulation effectuée avec des moyens de calcul surpuissants, montre avec éclat sa pertinence et son utilité), la mécanique céleste (guidage des fusées ou satellites), la mécanique des fluides, etc. Bref, chaque fois que l'on a besoin de simuler un phénomène, soit qu'il soit impossible de faire des expériences, comme pour la météo, soit que ces expériences soient trop coûteuses ou dangereuses (accidents de voitures, rupture d'ouvrages d'art, ou encore essais nucléaires de triste mémoire, ...), on fait appel à des mathématiques (parfois très sophistiquées), pour modéliser et prévoir les phénomènes.

De plus, pratiquement tous les processus industriels élaborés, comme par exemple la C.A.O. (Conception Assistée par Ordinateur[16]), sont conçus avec une base mathématique. Pour faire image, on peut affirmer que si dans un avion on supprimait toutes les parties dans la conception desquelles sont intervenues les mathématiques, il ne resterait que les membres d'équipage, et encore sans leurs uniformes ou sous-vêtements !

Enfin l'ensemble de mathématiques dites "pures" est le principal objet de la vindicte actuelle, qui est à première (ou à courte) vue non sans quelque légitimité ("rien n'est plus éloigné du réel que les mathématiques" affirme Claude Allègre). La démarche du mathématicien semble être en effet de caractère purement spéculatif : il se déplace apparemment de manière tout à fait arbitraire (ou selon sa fantaisie, son imagination, ou même son sens esthétique) dans un monde virtuel, créant des concepts lui permettant de structurer et d'unifier des "objets" préalablement identifiés, pour définir d'autres objets, en une sorte de jeu de cubes abstrait et sans fin. En fait, à partir d'hypothèses de départ, le mathématicien en décrit des conséquences en effectuant un certain nombre de processus élémentaires, chaque processus consistant à appliquer quelques règles de raisonnement simples et précises (ceci est un point de vue théorique; en pratique, le travail du mathématicien est très complexe et subtil, car celui-ci doit intégrer simultanément un

[16] J-J Risler, Mathématiques pour la C.A.O., RMA 18, Masson, 1991

très grand nombre d'étapes élémentaires, faute de quoi son discours serait totalement erratique et incompréhensible).

Cependant, la démarche du mathématicien n'est arbitraire qu'à première vue.

En premier lieu, le milieu des mathématiciens a une conscience très claire de ce qui est intéressant, et de ce qui ne l'est pas, même si les critères d'évaluation ne sont pas très explicites, et les théories jugées avec un large consensus inintéressantes tombent vite en discrédit. Les mathématiciens sont notamment souvent guidés par des conjectures, i.e., des énoncés vérifiés dans des cas particuliers et que l'on essaie de démontrer (ou d'infirmer) dans le cas général, surtout s'ils sont jugés intéressants par la communauté. Parmi les conjectures jugées "intéressantes", on trouve celles dont la résolution aurait beaucoup de conséquences à l'intérieur même des mathématiques, celles qui proviennent plus ou moins directement de questions physiques, mécaniques, ou même informatiques, et des grands problèmes classiques comme le fameux problème de Fermat par exemple. Mais, même en ce qui concerne ces derniers, qui pourrait nier que découvrir de nouvelles propriétés des nombres entiers (ou résoudre le problème des "quatre couleurs"), c'est progresser dans la compréhension de la structure de notre univers ?

Enfin, les hypothèses de départ et les règles de raisonnement sont intimement liées aux propriétés du monde réel, explicitement ou inconsciemment. C'est une des idées que défend avec constance René Thom. Ceci peut peut-être expliquer que souvent des théories issues de spéculations les plus abstraites et les plus éloignées de toute considération pratique trouvent des applications insoupçonnables a priori, fait qui fascine les mathématiciens eux-mêmes (le célèbre physicien américain Eugene Wigner parle de "The unreasonable effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences"[17]). Citons quelques exemples pour illustrer ce phénomène très général.

Les logiciens ont quelquefois été considérés (à tort), même à l'intérieur du milieu mathématique, comme de "doux rêveurs", à moitié philosophes, construisant des théories dénuées de tout intérêt pratique (en mathématiques, et donc a fortiori dans le monde dit réel). Il se trouve cependant que certaines des théories les plus sophistiquées echafaudées avant l'ère électronique par les logiciens, comme le $\lambda$-calcul par exemple, se sont révélées cruciales en informatique, pour élaborer de nouveaux langages (indispensables compléments aux ordinateurs), tester s'ils sont contradictoires (i.e., s'ils effectuent bien les tâches que l'on attend d'eux), etc.

Un autre exemple est fourni par la théorie des nombres et la géométrie algébrique sur les corps finis, théories abstraites s'il en fût, qui s'appliquent en cryptographie pour fabriquer des codes secrets pratiquement inviolables, et fournissent des "codes auto-correcteurs" (qui permettent de rendre plus sûres les transmissions de données en corrigeant automatiquement les erreurs inévitables qui surviennent lorsque l'information voyage) aux performances

[17] Comm. in Pure and applied Mathematics 13, 1960, 1-14.

inégalées.

Citons encore, parmi une multitude d'exemples possibles (sans parler du cas classique de la mécanique céleste), les nombreuses applications des mathématiques à la finance, le fait que le principe du fonctionnement du scanner est fondé sur un théorème profond d'analyse (la "transformée de Radon"), et enfin la "théorie des noeuds", branche très active de la topologie, qui a récemment trouvé des applications insoupçonnées pour la compréhension de la "géométrie du génome".

En conclusion, il est peut-être vrai que l'enseignement des mathématiques donne quelquefois l'impression d'être coupé de toute réalité : c'est probablement ce qu'ont ressenti au cours de leurs études des esprits brillants comme ceux de Claude Allègre ou Gilles de Gennes. C'est ce fait auquel il faut s'attaquer (c'est l'affaire des mathématiciens que de reconnaître leurs éventuels torts passés à cet égard et de réfléchir à une réforme de l'enseignement de leur discipline), et non aux mathématiques en tant que telles qui ont été, sont, et seront toujours indispensables à toute démarche scientifique visant à comprendre, modéliser, et prévoir les phénomènes réels.