Société mathématique de France
Bibliothèque nationale de France

un texte, un mathématicien

2022

Marie Théret

François Charles

Olivier Druet

Anne-Laure Dalibard

Tangente

Animath

{BnF

Société Mathématique de France

SMF

Bienvenue aux auditeurs,
jeunes et moins jeunes, du cycle de conférences
« Un texte, un mathématicien » !

La Bibliothèque nationale de France
est une des plus grandes et plus anciennes
bibliothèques, qui contient des millions d'ouvrages,
dans tous les champs du savoir
y compris les sciences.

La Société mathématique de France
est une des plus anciennes sociétés savantes,
ayant pour but « l'avancement et la propagation des
études de mathématiques pures et appliquées ».

Pour la dix huitième année, la BnF et la SMF
s'associent pour organiser ces conférences où
de grands chercheurs nous montreront le chemin
qui mène d'un grand texte classique de
mathématiques jusqu'à la recherche contemporaine.

Partageons ensemble leur passion.

Bibliothèque nationale de France
Société mathématique de France

Hammersley, feux de forêt, porosité et réseaux

Marie Théret

Mercredi 19 janvier 2022

En 1954, le mathématicien anglais John Hammersley est en poste à Oxford. En collaboration avec Bill Morton, il publie un article sur les méthodes de Monte-Carlo - méthodes qui permettent de calculer des valeurs approchées d'intégrales grâce à des outils issus des probabilités. Ces travaux sont suivis d'une discussion à laquelle participe l'ingénieur Simon Broadbent, alors employé de la British Coal Utilization Association, où il est impliqué dans la conception de masques à gaz pour protéger les mineurs travaillant dans les mines de charbon. Simon Broadbent y propose une modélisation très simple d'un milieu poreux, utilisant le langage des probabilités, et s'interroge sur ce que peuvent dire les mathématiques d'un tel modèle. Hammersley perçoit l'intérêt du modèle suggéré par Broadbent : c'est le début d'une collaboration qui aboutira en 1957 à la définition mathématique précise du modèle de percolation et au début de son étude.

La percolation désigne le passage d'un fluide à travers un milieu plus ou moins perméable. La même racine latine apparaît dans le mot percolateur, qui permet d'obtenir un expresso en faisant passer de l'eau à travers les grains de café moulu. Intuitivement, le modèle de percolation est le suivant : pour comprendre la circulation d'un fluide à travers un morceau de roche, on imagine que celle-ci est traversée par un réseau de petits tuyaux microscopiques qui sont soit bouchés, soit ouverts (c'est-à-dire qu'ils laissent passer l'eau), aléatoirement et indépendamment les uns des autres. Suivant la densité des petits tuyaux ouverts, la roche est plus ou moins poreuse, et c'est le lien entre ces deux propriétés - densité des tuyaux microscopiques ouverts et porosité de la roche - qu'il est intéressant de comprendre.

La percolation modélise plus généralement des phénomènes de propagation :

infiltration de l'eau ou d'un gaz dans une roche poreuse, mais aussi propagation d'un feu dans une forêt, d'une maladie au sein d'une population, ou d'une information sur un réseau social. Ce modèle est parfois trop élémentaire car il stipule qu'un tuyau microscopique est soit bouché, soit ouvert, sans quantifier le degré d'ouverture. Pour aller plus loin, Hammersley a défini la percolation de premier passage en 1965 en collaboration avec son étudiant en thèse Dominic Welsh. Il s'agit d'une variante de la percolation dans laquelle on associe à chaque petit tuyau le temps (aléatoire) nécessaire au fluide pour le traverser. On peut alors étudier l'évolution temporelle de la zone mouillée à l'intérieur d'une roche poreuse s'il y a une infiltration d'eau en un point de sa surface.

Ces deux modèles - percolation et percolation de premier passage - sont incroyablement riches, à la fois simples à définir et complexes à étudier. Depuis plus de cinquante ans, ils attirent l'attention de nombreux chercheurs qui ont dû faire preuve d'imagination, d'ingéniosité, de pugnacité et de rigueur pour progresser dans leur étude. Et pourtant, il reste encore beaucoup à comprendre et à expliquer !

Autour des textes :

S.R. Broadbent, J.M. Hammersley, Percolation processes I. Crystals and mazes, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 53 (1957), pp. 629-641.

J.M. Hammersley, D.J.A. Welsh, First-passage percolation, subadditive processes, stochastic networks ans generalized renewal theory, Bernoulli, Bayes, Laplace Anniversary Volume (J. Neyman and L. LeCam, eds.), Springer, Berlin (1965), pp. 61-110.

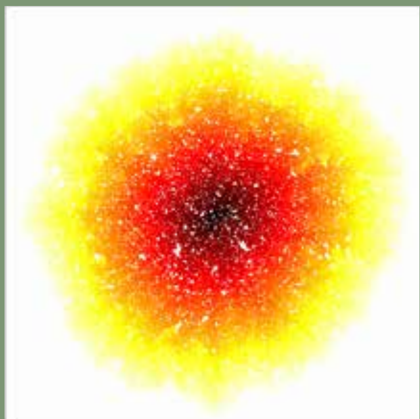
Marie Théret a obtenu son doctorat en mathématiques en 2009. Après être passée par l'université Paris-Sud, l'École normale supérieure et l'université Paris Diderot, elle rejoint l'université Paris Nanterre en tant que professeure en 2018. Ses travaux de recherche se situent dans le domaine des probabilités et portent principalement sur le modèle de percolation de premier passage.

Les travaux de Hammersley servent aussi à prédire la propagation de feux de forêts

Un percolateur utilise la percolation pour de bons expressos !

Un réseau social ?
Qui connait qui, qui connait qui ?

Exemple de propagation, simulation d'Olivier Garet



Bibliographie sélective

Œuvres

Hammersley, John Michael (1920-2004) ; Handscom, David Christopher
Monte-Carlo methods. NY: Chapman and Hall, 1983. 178 p. Salle R - Mathématiques [519.282 HAMM m].
Les méthodes de Monte-Carlo, trad. par Françoise Rostand. Paris : Dunod, 1967. 229 p. Rez-de-jardin - magasin [16-R-8053 (65)].

Hammersley J.M., Mazzarino G., (1983-a)
« Markov Fields, Correlated Percolation, and the Ising Model », in Hughes B.D., Ninham B.W. (eds.), The Mathematics and Physics of Disordered Media: Percolation, Random Walk, Modeling and Simulation. Berlin: Springer, 1983. p. 201-245. Version électronique disponible sur les postes Internet publics.

Hammersley, John Michael ; Welsh D.J.A
« Percolation Theory and its Ramification », Contemporary Physics, vol. 21, n°6, 1980. pp. 593-605. Version électronique disponible sur les postes Internet publics.

Hammersley, John Michael
Mathematics and Plausible Reasoning. 2 vol. Princeton : Princeton University press, 1954. Rez-de-jardin - magasin - [8-R-59029]

Sur la théorie de la percolation

Duminil-Copin, Hugo
« La percolation, jeu de pavages aléatoires », Images des mathématiques, CNRS, 28/02/2012.

Grimmett, Geoffrey R
Percolation. Berlin : Springer, 1999.444 p. Salle R- Mathématiques [519.23 GRIM p].

Pour aller plus loin

Beffara, Vincent ; Duminil-Copin, Hugo
« Lectures on planar percolation with a glimpse of Schramm-Loewner Evolution », Probability survey, 2011 (juin), p.1-8.

Chen, Wei
Explosive percolation in random networks. Heidelberg : Springer, 2014. 63 p. [ACQ-NUM-94774] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Sapoval, Bernard
Universalités et fractales : jeux d'enfant ou délits d'initié ? Paris : Flammarion, 1997. 275 p.
Rez-de-jardin - magasin [8-D3 MON-942].

Stauffer, Dietrich; Aharony, Amnon
Introduction to percolation theory. 2nde ed. Washington : Taylor & Francis, 1992. 181 p.
Rez-de-jardin - magasin [2000-238158].

Théret, Marie
Transition de phase abrupte en percolation via des algorithmes randomisés, Séminaire Bourbaki (IHP), 15 juin 2019.

Théret, Marie
La percolation : un modèle mathématique simple et complexe à la fois, LPMA université Paris Diderot (Paris VII).

Topics in percolative and disordered systems. NY : Springer, 2014. [ACQNUM-49491] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Welsh, Dominic
Complexity : knots, colourings and counting. Cambridge : CUP, 1993. 163 p.
Rez-de-jardin - magasin [2000-311871].

Werner, Wendelin
Percolation et modèle d'Ising. Paris : SMF, 2009. 161 p. 1992. 181 p.
Rez-de-jardin - magasin [2009-289752].

Hermite et les mystères de l’exponentielle

François Charles

Mercredi 09 février 2022

Les premiers nombres que l’on rencontre sont les entiers naturels, puis les nombres entiers relatifs, avec un signe positif ou négatif. Ensuite, les nombres rationnels, qui sont les quotients de deux entiers relatifs. C’est avec ces nombres-là que l’on apprend à compter, et c’est eux qui apparaissent en premier dans l’histoire des mathématiques. Avec la géométrie, on voit ensuite surgir les nombres réels, associés à des longueurs ou à des aires - et par là au calcul d’intégrales. On peut faire apparaître de nouveaux nombres intéressants : la racine carré de 2, qui est la diagonale d’un carré de côté 1, ou bien le fameux nombre pi, qui est la moitié de la circonférence d’un cercle de rayon 1. On sait très tôt - c’est expliqué par Socrate dans un dialogue de Platon - que la diagonale d’un carré est « incommensurable » à son côté : cela signifie que le quotient entre ces deux longueurs n’est pas un nombre rationnel. On se pose ensuite la question du périmètre du cercle, donc du nombre pi : que dire de sa relation aux nombres entiers ? Le mathématicien Johann Heinrich Lambert montre en 1761 que pi est irrationnel, mais une question traditionnelle semble plus difficile : il s’agit de montrer que la quadrature du cercle est impossible, c’est-à-dire que l’on ne peut pas construire, en utilisant seulement une règle non graduée et un compas, un carré de même périmètre qu’un disque donné. Autrement dit, donnons-nous un segment de longueur 1. On peut construire avec un compas un cercle de circonférence pi. Peut-on, avec cette règle et ce compas, construire un segment dont la longueur est pi ? Montrer que la quadrature du cercle est impossible, c’est montrer une propriété de pi plus forte que son irrationalité (entre mathématicien.ne.s, on dit que pi n’est pas « constructible »). C’est au XVII^{e} et au XVIII^{e} siècle que l’on voit apparaître une nouvelle propriété d’un nombre réel, celle d’être transcendant : c’est ne pas avoir de relation avec les nombres entiers qui s’obtienne par des opérations de calcul élémentaire. Plus précisément, un nombre transcendant n’annule aucun polynôme non nul à coefficients entiers. Si on montre que pi est transcendant, on montre que la quadrature du cercle est impossible. L’existence de nombres transcendants, qui est loin d’être claire, est mon-

trée par le mathématicien Joseph Liouville en 1844, mais sa méthode ne permet pas de montrer la transcendance des grandes constantes mathématiques. C'est presque trente ans après Liouville - et 2500 ans après les Grecs - que le mathématicien Charles Hermite fournit la première preuve de transcendance d'une constante fondamentale : il montre dans son mémoire « Sur la fonction exponentielle », Comptes-rendus de l'Académie des sciences, Paris, tome 77 (1873) que le nombre e, la valeur en 1 de la fonction exponentielle, est transcendant. Le texte de Hermite est un mélange subtil de techniques d'analyse et d'arithmétique. Sa méthode est utilisée jusqu'à aujourd'hui, et c'est elle qui permettra à un mathématicien allemand, Lindemann, de prouver la transcendance de pi dix ans plus tard. Le but de cet exposé sera d'examiner la postérité du texte de Hermite, des portes qu'il a ouvertes à la communauté mathématique, et la façon dont celle-ci a tenté de contourner les obstacles qui restent sur son chemin. Plus d'un siècle après, la communauté mathématique a développé ces idées pour montrer que de nouveaux nombres sont transcendants, mais ce que l'on sait faire est bien loin d'être satisfaisant : on ne sait pas aujourd'hui montrer que e+pi est un nombre transcendant. Cependant, les mathématiques modernes ont permis de changer en profondeur notre compréhension de la notion de transcendance, même si les preuves restent rares et difficiles. Des mathématiciens comme Grothendieck, Kontsevich, Zagier, Brown, etc., ont su donner de nouvelles interprétations de la notion de transcendance. Ils ont montré l'importance de la géométrie dans ce domaine des mathématiques et ont enrichi notre compréhension - même partielle - des structures cachées dans l'ensemble des nombres réels. Ils ont suggéré des relations, encore mystérieuses aujourd'hui, entre arithmétique et géométrie. C'est ce lien entre le mémoire de Hermite et ces dernières façons modernes de faire des mathématiques - qui s'appliquent même dans un cas où les mathématicien.ne.s sont bloqué.e.s ! - que l'on essaiera de décrire.

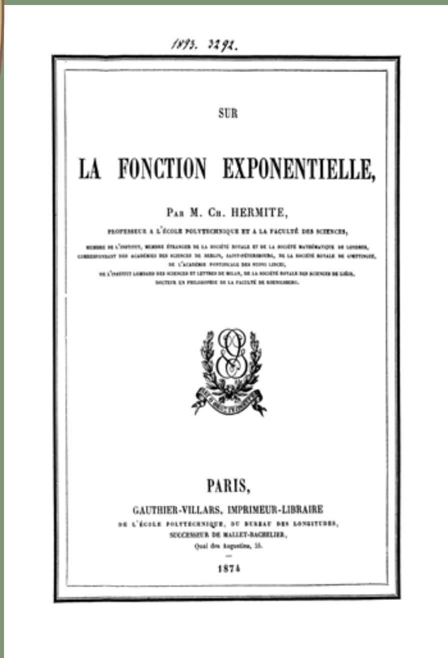
Autour du texte :
Charles Hermite. « Sur la fonction exponentielle », *Comptes-rendus de l'Académie des sciences*, Paris, tome 77 (1873) ; quatre articles pages 18-24, 74-79, 226-233, 285-293.

François Charles est professeur à l'université Paris-Saclay (laboratoire de Mathématiques d'Orsay) depuis 2015 et à l'École normale supérieure de Paris depuis 2021. Après une thèse soutenue en 2010 à l'université Pierre et Marie Curie, il a travaillé au CNRS et au MIT. Il est spécialiste de géométrie algébrique et de géométrie arithmétique, et s'intéresse en particulier à la géométrie des cycles algébriques. Il a reçu le prix Peccot en 2014.

Couverture du mémoire de Hermite
(source digizeitschriften)

Charles Hermite en 1897
(1822–1901)

Charles Hermite Hermite était ancien élève de l'École polytechnique. Il avait épousé la soeur du mathématicien Joseph Bertrand (1822-1900), secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences de 1874 à sa mort, et sa fille épousera le mathématicien Émile Picard (1856-1941), secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences de 1917 à sa mort.
(source Wikimedia)



1893. 3292.

SUR

LA FONCTION EXPONENTIELLE,

PAR M. CH. HERMITE,

PROFESSEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE ET A LA FACULTÉ DES SCIENCES,

MEMBRE DE L'INSTITUT, MEMBRE ÉTRANGER DE LA SOCIÉTÉ ROYALE ET DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE LONDRES, CORRESPONDANT DES ACADÉMIES DES SCIENCES DE BERLIN, SAINT-PÉTERSBOURG, DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DE GOETTINGUE, DE L'ACADÉMIE PONTIFICALE DES NUOVI LINCEI, DE L'INSTITUT LOMBARD DES SCIENCES ET LETTRES DE MILAN, DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE LIÈGE, DOCTEUR EN PHILOSOPHIE DE LA FACULTÉ DE KOENIGSBERG.

PARIS,

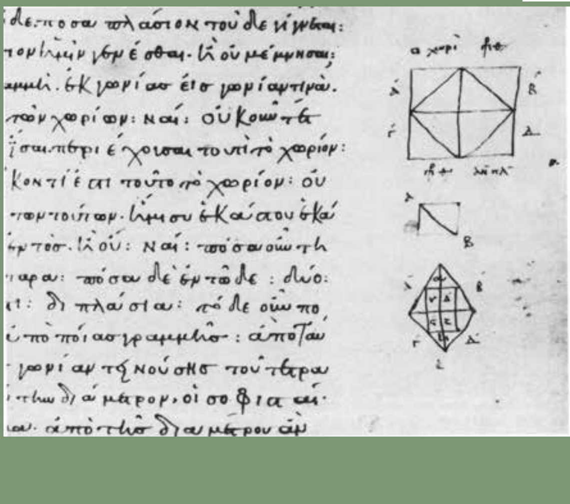
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

1874



Dialogue de Platon «Ménon» décrivant la duplication du carré
(manuscrit du Xème siècle, source Wikipedia)

Bibliographie sélective

Œuvres et correspondances

Hermite, Charles (1822-1901)
Œuvres de Charles Hermite / publiées sous les auspices de l'Académie des sciences, par Émile Picard,... Paris : Paris : Gauthier-Villars, 1905-1917. 4 vol. (XL-498, 520, 522, VI-593 p.) Documents numériques : NUMM-6497785 < Tome 1 > NUMM-6514050 < Tome 2 > NUMM-6514080 < Tome 3 >NUMM-6494763 < Tome 4 >.

Hermite, Charles ; Stieltjes, Thomas Jan
Correspondance d'Hermite et de Stieltjes. Tome 1 / publiée par les soins de B. Baillaud,... [et] H. Bourget,... ; avec une préface d'Émile Picard. Paris: Gauthier-Villars, 1905. 2 vol. 477 et 469 p. Documents numériques : NUMM-6516515 < Tome 1 > NUMM-6516650 < Tome 2 >.

« Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1874-1883) », *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques* 5 (1984), 49-285. Rez-de-jardin – magasin – [4-V-42434].

« Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1884-1891) », *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques* 6 (1985), 79-217. Rez-de-jardin – magasin – [4-V-42434].

« Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1892-1900) », *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques* 10 (1989), 1-82. Rez-de-jardin – magasin – [4-V-42434].

Sur Hermite et ses travaux

Brezinski, Claude
Charles Hermite : père de l'analyse mathématique moderne. Paris : Société française d'histoire des sciences et des techniques : Diff. Belin, 1990. 81 p. (Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences. Nouvelle série ; 32) Document numérique : NUMM-3369697 < Numéro 32 >.

Belhoste, Bruno
« Autour d'un mémoire inédit : la contribution d'Hermite au développement de la théorie des fonctions elliptiques », *Revue d'histoire des mathématiques*, vol. 2, n° 1, 1996, p. 1-66. Rez-de-jardin – magasin – [8-V-109255].

Goldstein, Catherine
« The Hermitian Form of Reading the Disquisitiones », in *The Shaping of Arithmetic*, éd. C. Goldstein, N. Schappacher et J. Schwermer (de), Berlin, New York: Springer, 2007, p. 377-410. Salle R – Mathématiques [512.009 GOLD s].

Sur les nombres transcendants

Juhel, Alain
« Lambert et l'irrationalité de π (1761) », *BibNum*, 2009. (consulté le 13/11/21.)

Liouville, Joseph (1809-1882)
« Sur l'existence des nombres transcendants », *comptes rendus de l'Académie des sciences*, Paris, p 883-885, 13 mai 1844, 1844/01 (T18)-1844/06. (consulté le 13/11/21).

Mendès France, Michel
« Liouville, le découvreur des nombres transcendants », *BibNum*, 2008. (consulté le 13/11/21).

Serfati, Michel
Quadrature du cercle, fractions continues et autres contes : sur l'histoire des nombres irrationnels et transcendants aux XVIIIe et XIXe siècles. Paris : APMEP, 1992. 202 p. (*Fragments d'histoire des mathématiques* ; 4). Rez-de-jardin – magasin – [16-R-19767 (86)].

Waldschmidt, Michel
« La méthode de Charles Hermite en théorie des nombres transcendants », *BibNum*, 2009. (consulté le 13/11/21).

Pour aller plus loin

Boyer, Pascal
Petit compagnon des nombres et de leurs applications. III – Corps et théorie de Galois, chap. 2.6 (« Classification de Mahler des nombres transcendants »), p. 284 - 286. Paris : Calvage & Mounet, 648 p. Salle C – Mathématiques [512 BOYE p].

Delahaye, Jean-Paul
Le fascinant nombre π. Paris : Belin, 2018. 383 p. Salle C – Mathématiques [512.73 DELA f].

Les interviews du CIRM, « François Charles, témoignage sur ses débuts de mathématicien », *Images des maths*, CNRS, 2019. (consulté le 13/11/21).

Mendès France, Michel
« Nombres transcendants et la diagonale de Cantor », *Images des maths*, CNRS, 2006.

Murty, Maruti Ram
Transcendental numbers. New York, NY: Springer, 2014. 217 p. [ACQNUM-49616] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Serfati, Michel
Leibniz and the invention of mathematical transcendence. Stuttgart : Franz Steiner Verlag, 2018. 225p. Rez-de-jardin – magasin – [2020-153248].

Waldschmidt, Michel
Nombres transcendants. Berlin ; Heidelberg ; New York: Springer, 1974. 277 p. (Lecture notes in mathematics ; 402) Salle R – Mathématiques [512.73 WALD n].

De Joseph Plateau à Jean Taylor, des bulles de savon bien inspirantes

Olivier Druet

Mercredi 23 mars 2022

Qui n'a pas été émerveillé·e par les bulles de savon ? Et par les films de savon, un univers encore plus riche ? Ou par un mélange des deux ?

Que l'on soit jeune ou moins jeune, le savon nous fascine. Mélange de régularité et de surprise, il régale les yeux. Mais peut-on comprendre pourquoi il épouse ces formes et pas d'autres ? Peut-on expliquer pourquoi, derrière cette richesse, nous sentons une régularité ?

En 1873, Joseph Plateau (1801-1883), physicien belge, compile dans un ouvrage un certain nombre de ses recherches sur la Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires. Joseph Plateau est plus connu à l'époque pour ses recherches sur la persistance rétinienne, recherches qui lui coûteront d'ailleurs la vue puisqu'il observa le soleil à l'œil nu pendant un certain temps.

Mais, dans cet ouvrage de 1873, Plateau énonce quelques conjectures quant à la forme prise par les films de savons. Un siècle plus tôt, des travaux d'Euler, Lagrange, Meusnier, entre autres, ont montré que les films de savon minimisent leur superficie, ce sont des surfaces minimales. Plateau, quant à lui, étudie leurs intersections et conjecture qu'elles sont toutes du même type.

C'est à la fois triste et beau. Finalement, le savon fait toujours la même chose : rien ne ressemble plus à une surface minimale qu'une autre surface minimale ; et les intersections sont toutes les mêmes. Mais d'un autre côté, le savon crée de la variété avec ces règles simples.

Après quelques expériences ressemblant sans aucun doute à celles faites par Plateau, nous partirons à l'aventure. En effet, ces conjectures de Plateau ont engendré une masse de travaux mathématiques pendant le 20ème siècle. Nous explorerons donc le monde des surfaces minimales, démontrerons une version simplifiée de celles-ci et évoquerons un certain nombre de mathématiciens et mathématiciennes ayant contribué à cette étude du problème de Plateau : de J. Douglas (médaille Fields en 1936) et T. Rado jusqu'à J. Taylor (résolution de la conjecture en 1976).

Ce voyage nous permettra également d'étudier le problème des autoroutes dans une démarche mathématique typique : simplifions le problème avant d'attaquer la vraie conjecture. Nous y rencontrerons alors un point particulier du triangle, moins connu que d'autres, le point de Fermat (ou de Steiner, affublé de bien d'autres noms d'ailleurs). Avec un peu de géométrie élémentaire, nous démontrerons alors la version plane de la conjecture de Plateau. Mais passer à des surfaces vivant dans l'espace demandera un peu plus de travail ! Il faudra comprendre comment une surface est courbée dans l'espace, en quoi cette courbure a quelque chose à voir avec les films et les bulles de savon.

Le savon sera donc un excellent prétexte pour entrer dans le monde des surfaces minimales, ces surfaces qui minimisent leur aire. Celles-ci sont omniprésentes en mathématiques, et leur étude aura jalonné l'histoire d'un domaine, l'analyse géométrique. Prétexte pour développer des outils mathématiques contemporains qui vont bien plus loin que la géométrie élémentaire.

Autour du texte :

PLATEAU, Joseph, *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. Paris: Gauthier-Villars, 1873. 2 vol. gr. in-8°. Extraits remaniés des «Mémoires de l'Académie de Belgique», de 1843 à 1868.

Olivier Druet est directeur de recherche au CNRS et travaille à l'institut Camille Jordan à Lyon. Son domaine de recherche est l'analyse géométrique et il s'intéresse particulièrement à tous les problèmes de géométrie qui peuvent être attaqués avec des outils d'analyse. Parmi ceux-ci, on trouve l'étude des surfaces minimales et à courbure moyenne constante, royaume des films et bulles de savon. Depuis de nombreuses années, Olivier Druet mène un forte activité de diffusion des mathématiques et de

l'informatique. Il intervient très souvent dans des établissements scolaires ou devant du grand public sur des thèmes variés. Il a été commissaire scientifique de l'exposition « Sous la surface, les maths » consacrée à l'infographie 3d et présentée au Musée des Arts et Métiers en 2018-2019 puis à la Maisons des Mathématiques et de l'Informatique. Depuis 2019, il est directeur de cette maison, lieu de diffusion de ces deux sciences à Lyon.

Joseph Plateau (1801-1883)
Daguerrotype
(source Wikimedia)

Problème de Plateau
Matemateca
(IME/USP)/Alisson Ricardo
(source Wikimedia)

Surface minimale
D. deGol, 2014
(source Wikimedia)

Bibliographie sélective

Œuvres

Plateau, Joseph (1801-1883)
Essai d'une théorie générale comprenant l'ensemble des apparences visuelles qui succèdent à la contemplation des objets colorés et de celles qui accompagnent cette contemplation. Bruxelles : M. Hayez, 1834. 68 p. Rez-de-jardin - magasin - [R-5120 (8)].

Plateau, Joseph (1801-1883)
Mémoire sur l'irradiation. Bruxelles : M. Hayez, 1838. 112 p. Rez-de-jardin - magasin - [R-5120 (11)].

Plateau, Joseph (1801-1883)
Mémoire sur les phénomènes que présente une masse liquide libre et soustraite à l'action de la pesanteur. Bruxelles : M. Hayez, 1843. 34 p. Rez-de-jardin - magasin - [R-5120 (16)].

Plateau, Joseph (1801-1883)
Sur un problème curieux de magnétisme. Bruxelles : M. Hayez, 1864. 37 p. [R-5120 (34)]

Ford, Charles
Joseph Plateau : pionnier oublié. Bois-d'Arcy : Centre national de la cinématographie, 1983. 36 p. Salle A - Médias audiovisuels, multimédias et cinéma [791.5 FORD j].

Sur les bulles de savon

De l'utilisation des bulles de savon [Images animées] / Michel Jugnet, réal. ; Denis Mazuyer, Gérard Meille, Jean-Marie Georges… [et al.] Ecully : École centrale de Lyon, 1991. 1 cass. Vidéo (18 min 30 s), Rez-de-jardin - magasin - Salle P - NUMAV-102869.

Courant, Richard ; Robbins, Herbert
Qu'est-ce que les mathématiques ? : Une introduction élémentaire aux idées et aux méthodes. Trad. de What is mathematics? : an elementary approach to ideas and methods. Paris: Cassini, 2015. 576 p., Salle C - Mathématiques [510.9 COUR q].

Gennes, Pierre-Gilles de ; Brochard-Wyard, Françoise ; Quéré, David
Gouttes, bulles, perles et ondes. Paris : Belin, 2013. 255 p. Salle C - Physique - [530.42 GENN g].

Hildebrandt, Stefan ; Tromba, Anthony
Mathématiques et formes optimales : l'explication des structures naturelles. Paris : Belin, 1991. 180 p. (L'univers des sciences ; 4) Salle C - Mathématiques - [515.64 HILD m].

Maury, Jean-Pierre
Les bulles, qu'est-ce que c'est ? Gap : Ophrys, 1987. 91p. Document numérisé : NUMM-3377247-, Rez-de-jardin - magasin - [EL 8-Z-545 (10)].

Pécaut, Françoise
Pavés et bulles: éléments de cristallographie mathématique. Paris (13, rue du Jura, 75006) :

Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, [1978]. (Publication de l'APMEP), Rez-de-jardin - magasin - [16-R-19767 (23)].

Taylor, Jean E
"The structure of singularities in soap-bubble-like and soap-film-like minimal surfaces", *Annals of mathematics*, Second Series, 103 (3): p.489–539, 1976. Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Taylor, Jean E
"Soap bubbles and crystals", *Resonance: Journal of Science Education*. June 2006 11(6), p.26-30. Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Sur le web

Cantat Isabelle ; Cantat Serge « La structure de Weaire et Phelan », *Images des math.*, CNRS, 25/10/2020.(consulté le 18/11/21).

Druet, Olivier « Bulles de savon », VideoDiMath, CNRS, 21/02/2021. (consulté le 18/11/21).

Laurain, Paul « Mathématiques savonneuses », Images des math., CNRS, 25/02/2011. (consulté le 18/11/21)

Franceschi, Valentina « Quelle est la forme des bulles de savon ? », Mémoire de Master, Université Paris-sud Orsay, 07/09/2018. (consulté le 18/11/21)

Recher, François ; Vassallo, Valerio « Entre art et mathématiques, il n'y a qu'une bulle de savon...», université Lille 1 Mathématiques, Présentation Collège Alfred Jennepin, 14 mai 2013.

Pour aller plus loin

Blossey, Ralf
Thin liquid films [Texte électronique]: dewetting and polymer flow. Dordrecht [Netherlands] ; New York : Springer, 2012. (Theoretical and mathematical physics) [ACQNUM-103396] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Falling liquid films [Texte électronique] / S. Kalliadasis, C. Ruyer-Quil, B. Scheid, M.G. Velarde. London ; New York : Springer, 2012. (Applied mathematical sciences; v. 176) [ACQNUM-53535] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Isenberg, Cyril
The science of soap films and soap bublles. New York: Dover, 1992.188 p. New York: Dover publ., 1992.188 p. Rez-de-jardin - magasin - [2000-269917].

Lovett, David R.
Demonstrating science with soap films. Philadelphia: Institute of physics publ.; 1994.204 p. Salle C- Mathématiques - [516.362 LOVE d]

Oprea, John
The mathematics of soap films: explorations with Maple. Providence: AMS, 2000. (Student mathematical library ; 10).266 p., Salle C- Mathématiques - [516.362 OPRE m]

Les singularités d'Olga Oleinik

Anne-Laure Dalibard

Mercredi 17 mars 2021

Avez-vous déjà observé le courant d'une rivière près des piliers d'un pont ? Dès que le courant est suffisamment rapide, de forts tourbillons se forment près des piliers, et gagnent ensuite le lit de la rivière. La description mathématique de tels phénomènes est très difficile, et échappe encore aujourd'hui en partie à notre compréhension. Cependant, il est communément admis que ce comportement est dû à une caractéristique du fluide : sa faible viscosité.

Dans un fluide, les forces de viscosité désignent l'ensemble des phénomènes qui s'opposent au mouvement (par exemple aux changements de forme) en dissipant de l'énergie. Considérons un fluide faiblement visqueux au voisinage d'un obstacle. Intuitivement, si l'on observe ce qui se passe loin de l'obstacle, les forces de viscosité peuvent être négligées : l'écoulement est libre. En revanche, au voisinage de l'obstacle, les forces visqueuses empêchent le fluide de glisser parfaitement sur la paroi, et doivent être prises en compte.

Ludwig Prandtl (1875-1953), ingénieur et physicien allemand, a proposé en 1904 un modèle traduisant l'intuition ci-dessus en termes mathématiques, et donnant un ordre de grandeur quantitatif de la distance à l'obstacle en deçà de laquelle les forces de viscosité deviennent importantes. Lorsque la viscosité est faible, cette distance est petite. On se retrouve alors en présence d'un phénomène de couche limite : en raison des effets visqueux, la vitesse du fluide varie très fortement sur cette petite distance.

Ludwig Prandtl a ainsi proposé un jeu d'équations spécifiques, décrivant le comportement du fluide au sein de la couche limite. Ces équations, qui portent son nom, ont été depuis les années 1960 le champ de recherches mathématiques intenses, aux enjeux multiples : des solutions de ces équations existent-elles ? Si oui, sont-elles uniques ? Quelles sont leurs propriétés ?

Les premiers travaux rigoureux dans ce domaine sont dûs à Olga Oleinik (1925-2001), mathématicienne russe. Elle a ainsi démontré, sous certaines conditions, que les équations de Prandtl admettent une unique solution. Toute la difficulté vient de ce que cette solution n'est pas explicite : on sait qu'elle existe, mais on n'a pas de formule pour la calculer ! Par ailleurs, il est aujourd'hui établi que les conditions identifiées par Oleinik sont optimales : dès

qu'elles ne sont pas vérifiées, l'énergie du système peut devenir infinie.
Les contributions d'Olga Oleinik appartiennent à l'analyse des équations aux dérivées partielles non linéaires. À l'époque des travaux d'Olga Oleinik, il s'agit d'une branche encore jeune des mathématiques. Cependant, Olga Oleinik aborde frontalement certaines questions difficiles qui émanent de la physique sous-jacente du problème. Par exemple, dans le cas des équations de Prandtl, la vitesse du fluide s'annule sur la paroi de l'obstacle. Cette annulation est capitale pour la compréhension physique du phénomène considéré, mais est source de complications mathématiques. En effet, certaines « bonnes » propriétés mathématiques des solutions, comme leur régularité, disparaissent dans les zones où la vitesse s'annule. Ainsi les équations de Prandtl font partie d'une classe d'équations plus large, dites équations paraboliques dégénérées. L'intérêt d'Olga Oleinik pour ce problème l'a amenée à développer des outils d'analyse généraux pour ce type d'équations, avec un champ d'applications plus vaste que la mécanique des fluides.
La démarche d'Olga Oleinik est remarquable et inspirante. Elle est parvenue à défricher de nouveaux champs mathématiques sans transiger sur la modélisation physique du problème considéré. Dans cet exposé, nous décrirons certains de ses résultats sur les équations de Prandtl, ainsi que quelques problèmes encore ouverts aujourd'hui.

Autour du texte :
Olga Oleinik, Sur certaines équations paraboliques dégénérescentes de la mécanique, Equ. Derivees partielles, Paris 1962, Colloques internat. Centre nat. Rech. sci. 117, 175-180 (1963).

Anne-Laure Dalibard est professeure au laboratoire Jacques-Louis Lions (Sorbonne Université) et au DMA (École normale supérieure).
Ancienne élève de l'École normale supérieure, elle a soutenu sa thèse en 2007 à l'université Paris-Dauphine, sous la direction de Pierre-Louis Lions. Elle a été chargée de recherche au CNRS de 2008 à 2014. Ses travaux portent principalement sur des phénomènes multi-échelles dans les équations aux dérivées partielles, notamment des équations fluides. Il s'agit de décrire, aussi précisément que possible, le comportement de solutions

possédant de fortes variations dans l'espace. Ces variations peuvent être distribuées dans l'espace entier (ce sont alors des oscillations) ou localisées près du bord ; dans ce dernier cas, on parle de « couche limite ». La description de tels phénomènes est un champ de recherche très riche, avec des développements allant de la science fondamentale aux applications (par exemple en modélisation de la turbulence).

Olga Oleinik
(Karl Nickel. Source: Archives of the Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach.)

Ludwig Prandtl en 1904 montrant un bassin d'essai, le canal de Prandtl, permettant la visualisation de l'évolution des écoulements.
(Source Wikimedia)

Ailes d'avion
(sources : wikipedia)

Bibliographie sélective

Œuvres

Oleinik, Olga (1925-2001) ; Šamaev, A. S. ; Iosifân, G. A.
Mathematical problems in elasticity and homogenization. Amsterdam; London; New York [etc.] : North-Holland, 1992. 398 p. Rez-de-jardin – magasin – [2000-254273].

Petrovskii seminar (05)
Topics in modern mathematics: Petrovskii seminar n °5 / ed. by O. A. Oleinik. New York ; London : Consultants bureau, 1985. 342 p. Rez-de-jardin – magasin – [2000-204467].

Žikov, Vasilij Vasil'evič; Kozlov, Sergei M; Oleinik, Olga Arsen'evna
Homogenization of differential operators and integral functionals. Berlin ; New York : Springer, 1994. 570p. Rez-de-jardin – magasin – [2000-324437].

Œuvres mixtes

Petrovsky, Ivan Georgievich
Selected works. Part I, Systems of partial differential equations and algebraic geometry / I. G. Petrowsky ; ed. by O. A. Oleinik, Australia ; China ; France [etc.] : Gordon and Breach publ.,1996. 557p. Salle R - Mathématiques - [510.92 PETR s1 < Part 1 >].

Petrovsky, Ivan Georgievich
Selected works. Part II, Differential equations and probability theory / I. G. Petrowsky ; ed. by O. A. Oleinik, Australia ; China ; France [etc.] : Gordon and Breach publ.,1996. 501p. Salle R - Mathématiques - [510.92 PETR s2 < Part 2 >].

Sur Olga Oleinik

Biography Olga Arsen'evna Oleinik, *MacTutor History of Mathematics*, avril 2002.

Friedlander, Susan; Keyfitz, Barbara, “ Olga Ladyzhenskaya and Olga Oleinik: two great women mathematicians of the 20th Century ”. *La Gaceta de la RSME*, Vol. 7.3, 2004, p. 621-628. (consulté le 23/11/21).

Magenes, E, “ On the scientific work of Olga Oleinik ”, *Rendiconti di Matematics*, Serie VII, 16, 1996. P. 347-373.
Rez-de-jardin – magasin – [2000-616821 < Vol. 11, fasc. 1 (1991, genn. / mar.) - Vol. 30, fasc. 3 (2010) >] http://ark.bnf.fr/ark:/12148/cb37572960g.

Willi Jäger, Peter Lax, and Cathleen Synge Morawetz, “ Olga Arsen'evna Oleinik 1925-2001 ”, *Notices of the AMS*, vol 50, n°2, février 2003. P.220-223. Rez-de-jardin – magasin – [2000-617218 < Vol. 30, nr. 1 (1983, Jan.) - Vol. 60, nr. 11 (2013)] http://ark.bnf.fr/ark:/12148/cb37573302w.

Mathématiques et océanographie

Coulombel, Jean-François, CNRS et université de Nantes . « Olga Arsen'evna Oleinik : des sauts à l'élastique », *Brèves de maths, Mathématiques de la planète terre*, 02/07/2013 (consulté le 23/11/21).

Brèves de maths : mathématiques de la planète Terre / [**Martin Andler, Liliane Bel, Sylvie Benzoni... et al**.] Paris : Nouveau monde éditions, 2020. 254 p. Salle C-Mathématiques - [510.9 BREV].

Coulombel, Jean-François, CNRS et université de Nantes. « des instabilités tourbillonnantes », *Brèves de maths, Mathématiques de la planète terre*, 12/12/2013 (consulté le 23/11/21).

Colin de Verdière, Alain
Une introduction à la dynamique des océans et du climat. Tome 1. [Les Ulis] : EDP sciences, 2020. 317 p. Salle C – Sciences de la Terre – [551.46 COLI i]
Une introduction à la dynamique des océans et du climat. Tome 2. [Les Ulis] : EDP sciences, 2020. 288 p. Salle C – Sciences de la Terre – [551.46 COLI i].

Rossille, Adrien
« Entretien avec Anne-Laure Dalibard et Sabrina Speich », *Images des maths*, CNRS, 18/12/2019. (consulté le 23/11/21)

Pour aller plus loin

Arnold, Vladimir I.
Leçons sur les équations aux dérivées partielles ; traduit du russe par Gérard Tronel. Paris : Cassini, 2015. 181 p. Salle C - Mathématiques - [515.353 ARNO l].

Aslangul, Claude
Des mathématiques pour les sciences : concepts, méthodes et techniques pour la modélisation : cours et exercices.
Bruxelles ; [Paris] : De Boeck, 2011. 1252 p. Salle C - Mathématiques - [510.7 ASLA d].

Dreyfuss, Pierre
Introduction à l'analyse des équations de Navier-Stokes. Paris : Ellipses, 2012. 160 p. Salle C - Mathématiques - [515.3 DREY i].

Golse, François
Distributions, analyse de Fourier, équations aux dérivées partielles. Palaiseau : les Éditions de l'École polytechnique, 2020.416 p. Salle C - Mathématiques - [515.3 GOLS d].

Mathematical analysis of the Navier-Stokes equations: Cetraro, Italy 2017 / by **Matthias Hieber ; James C. Robinson, Yoshihiro Shibata**; edited by Giovanni P. Galdi, Yoshihiro Shibata. Cham : Springer, 2020. Document numérique. Version électronique disponible sur les postes Internet publics.

Pedlosky, Joseph
Geophysical fluid dynamics. 2éd. New York; Berlin; Paris [etc.]: Springer, cop. 1987. 710 p. Rez-de-jardin – magasin – [2000-197894].

Société
Mathématique
de France

http://smf.emath.fr

Institut Henri Poincaré
11 rue P. et M. Curie
75231 Paris Cedex 05

Bibliothèque nationale de France
Quai François-Mauriac 75013 Paris
http://www.bnf.fr

un texte, un mathématicien

L'école mathématique française brille de tous ses feux.

Dans ce cycle de conférences, certains des meilleurs mathématiciens présentent un aspect de leurs travaux.

Le conférencier choisit un texte mathématique classique qui l'a particulièrement influencé. À partir de ce texte, de son auteur et de son histoire, il montre comment des problématiques anciennes débouchent sur des recherches actuelles.

Quatre mercredis dans l'année à 18h30. Ce cycle est organisé par un comité animé par Marie-Claude Arnaud (Université de Paris).

Comité scientifique :

Martin Andler
Marie-Claude Arnaud
Julie Delon
Cyril Demarche
Pierre-Antoine Guihéneuf
Patrick Massot
Gilles Pagès
Pierre-Alain Sallard

Grand auditorium
Bibliothèque nationale de France
Site François-Mitterrand, 75013 Paris