Société mathématique de France
Bibliothèque nationale de France

un texte, un mathématicien 2020

Julie Delon

Olivier Benoist

Marie Théret

Vincent Beffara

Bienvenue aux auditeurs,
jeunes et moins jeunes, du cycle de conférences
« Un texte, un mathématicien » !

La Bibliothèque nationale de France
est une des plus grandes et plus anciennes
bibliothèques, qui contient des millions d'ouvrages,
dans tous les champs du savoir
y compris les sciences.

La Société mathématique de France
est une des plus anciennes sociétés savantes,
ayant pour but « l'avancement et la propagation des
études de mathématiques pures et appliquées ».

Pour la seizième année, la BnF et la SMF
s'associent pour organiser ces conférences où
de grands chercheurs nous montreront le chemin
qui mène d'un grand texte classique de
mathématiques jusqu'à la recherche contemporaine.

Partageons ensemble leur passion.

Bibliothèque nationale de France
Société mathématique de France

Des tas de sable aux pixels, deux siècles et demi de transport optimal depuis Monge

Julie Delon

Mercredi 15 janvier 2020

Au début de l'année 1781, Gaspard Monge a 34 ans et il enseigne les mathématiques à l'École du génie de Mézières, qui servira de modèle pour la création de l'École polytechnique en 1794. L'enseignement et la pratique des mathématiques de Monge mêlent théorie et applications, et s'inspirent fortement de questions d'ingénierie militaire.

Le 28 mars 1781, Monge présente à l'Académie des sciences son *Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais*. Il y étudie la question suivante : étant donné un tas de terre et un trou, de même volume mais pas forcément de forme identique, comment déplacer le premier dans le second à moindre coût ? Il définit pour cela une fonction qui représente le coût du transport d'une particule de terre élémentaire d'un point vers un autre point. Le coût total du transport du déblai vers le remblai est la somme des coûts de déplacement de toutes ces particules élémentaires. Il s'agit donc de décider comment déplacer chacune de ces particules de terre pour que la somme des coûts soit minimale. Plusieurs questions se posent : existe-t-il une solution à ce problème ? Si oui, comment la trouver ?

Monge suggère dans son mémoire d'élégantes méthodes géométriques pour étudier la solution et les propriétés du problème posé, mais ne le résout pas. Un siècle plus tard, la question n'est toujours pas résolue lorsque l'Académie des sciences la remet au concours. Et il faut attendre le XX$^{\text{ème}}$ siècle pour que la question de l'existence de solutions au problème du transport optimal soit résolue. D'importantes avancées sont proposées par plusieurs mathématiciens dès les années 30, puis pendant la seconde guerre mondiale,

notamment en lien avec des questions économiques d'allocation de ressources et d'optimisation de production. Parmi ces travaux, les progrès les plus remarquables sont dûs au mathématicien russe Leonid Kantorovitch, qui reformule le problème et invente à cette occasion la programmation linéaire, une des contributions les plus significatives à la théorie économique du XX$^{\text{ème}}$ siècle. Ses travaux étant liés à des questions stratégiques, ils restent longtemps confidentiels, mais en 1975 sa reconnaissance internationale est confirmée par le prix Nobel d'économie.

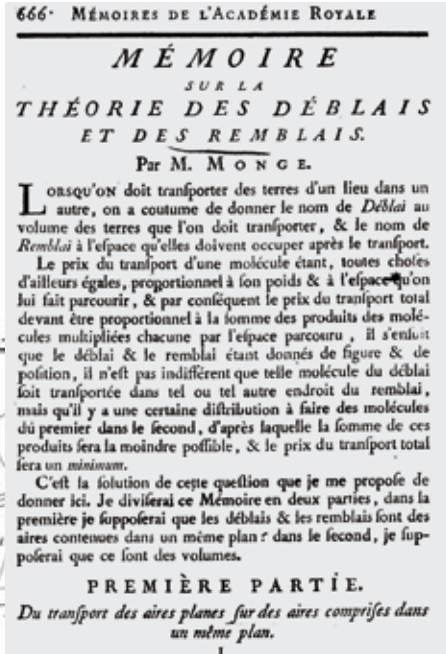
Le problème du transport optimal, également nommé problème de Monge-Kantorovitch, passionne toujours les mathématiciens et fait l'objet de nombreuses recherches théoriques aussi bien qu'appliquées. Il trouve des applications importantes dans des domaines inattendus. Par exemple, depuis une quinzaine d'années, il est devenu un outil important en imagerie numérique et en science des données. Il permet d'une part de transformer ou de calculer des barycentres (des données « intermédiaires ») entre données complexes : transférer des palettes de couleurs entre images pour la post-production photo ou vidéo, transformer des textures, modifier des formes en 3D, etc. Il permet d'autre part de définir des distances entre données. Ces distances de transport s'avèrent ainsi utiles en vision par ordinateur, en apprentissage automatique (machine learning en anglais) ou pour l'entrainement des réseaux de neurones profonds.

Autour du texte :
Gaspard Monge
Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais, Imprimerie Royale, 1781.

Julie Delon est professeure de mathématiques appliquées à l'université Paris Descartes depuis 2013. Elle était auparavant chargée

de recherche au CNRS à Télécom ParisTech, après un doctorat à l'École normale supérieure de Cachan soutenu en 2004. Elle travaille sur la modélisation aléatoire pour le traitement des images, et sur le transport optimal numérique et ses applications. Elle est membre de l'Institut Universitaire de France, et lauréate du prix Blaise Pascal de l'Académie des sciences en 2018.

Portrait de Gaspard Monge
par François-Séraphin Delpech



666· MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

MÉMOIRE
SUR LA
THÉORIE DES DÉBLAIS ET DES REMBLAIS.

Par M. MONGE.

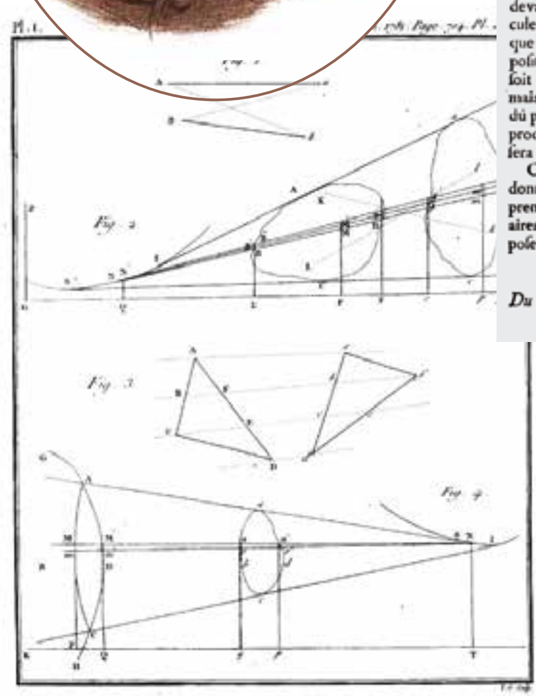
LORSQU'ON doit transporter des terres d'un lieu dans un autre, on a coutume de donner le nom de *Déblai* au volume des terres que l'on doit transporter, & le nom de *Remblai* à l'espace qu'elles doivent occuper après le transport.

Le prix du transport d'une molécule étant, toutes choses d'ailleurs égales, proportionnel à son poids & à l'espace qu'on lui fait parcourir, & par conséquent le prix du transport total devant être proportionnel à la somme des produits des molécules multipliées chacune par l'espace parcouru, il s'ensuit que le déblai & le remblai étant donnés de figure & de position, il n'est pas indifférent que telle molécule du déblai soit transportée dans tel ou tel autre endroit du remblai, mais qu'il y a une certaine distribution à faire des molécules du premier dans le second, d'après laquelle la somme de ces produits sera la moindre possible, & le prix du transport total sera un *minimum*.

C'est la solution de cette question que je me propose de donner ici. Je diviserai ce Mémoire en deux parties, dans la première je supposerai que les déblais & les remblais sont des aires contenues dans un même plan; dans le second, je supposerai que ce sont des volumes.

PREMIÈRE PARTIE.

Du transport des aires planes sur des aires comprises dans un même plan.



Déplacement d'un déblai dans un remblais,
suivant les dessins de Monge.
Mémoire de Monge sur la Théorie des Déblais
& des Remblais, 1781
Source gallica.bnf.fr / BnF

Petrov-Vodkine Kantorovich
(1878–1939)
source Wikimedia

Bibliographie sélective

Œuvres

« *Gaspard Monge, le mémoire sur les déblais et les remblais* », **Étienne Ghys**, Images des mathématiques, CNRS, 20/01/2012.

Monge, Gaspard (1746-1818)
Application de l'analyse à la géométrie. 5e édition revue, corrigée et annotée par M.J. Liouville. Paris : Bachelier, 1849. Document numérique : NUMM-9643140. Rez-de-jardin - magasin [V-16210].

Monge, Gaspard
Application de l'analyse à la géométrie, à l'usage de l'École impériale polytechnique par M Monge. 4e édition.1807. Document numérique : NUMM-6565456. Rez-de-jardin - magasin [4-V-17927].
De l'analyse à la géométrie : application : à l'usage de l'École impériale polytechnique / M.Monge. [Reprod. En fac-sim.] Paris : Ellipses, 1994. 416 p. Salle C - Mathématiques [510.904 092 MONG d].

Monge, Gaspard
Description de l'art de fabriquer les canons, faite en exécution de l'arrêté du Comité de salut public du 18 pluviôse de l'an II de la République française. Paris : Impr. du Comité de salut public, an II. 231 p. Rez-de-jardin - magasin [V-11133].

Monge, Gaspard
Géométrie descriptive. 4e éd. aug. d'une théorie des ombres et de la perspective, extraite des papiers de l'auteur ; par M. Brisson. Paris : Vve Courcier, 1820. NUMM-9681123. Rez-de-jardin - magasin [V-7255].
Géométrie descriptive. Paris : Gabay, 1989. 132 p. Salle C - Mathématiques [510.904 092 MONG g].

Monge, Gaspard
Géométrie descriptive. *Leçons données aux Écoles normales, l'an 3 de la République*. 1798. Document numérique : NUMM-1514127 et NUMM-5783452. Rez-de-jardin - magasin [V-7254].

Monge, Gaspard
Traité élémentaire de statique : à l'usage des Écoles de la Marine. 3e éd. Paris : Obéliane, an VII. Document numérique : NUMM-207189. Rez-de-jardin - magasin [V-20351].

Monge, Gaspard
Une correspondance mathématique inédite de Monge, présentée par René Taton. Paris : Gauthier-Villars, 1947. Rez-de-jardin - magasin [FOL-V-7619].

Sur Gaspard Monge

Aubry, Paul-V.
Monge : le savant ami de Napoléon Bonaparte, 1746-1818. Paris : Gauthier-Villard, 1954. 354 p. Salle C - Mathématiques [510.904 092 MONG 5 AU].

Dupin, Charles (1784-1873)
- *Institut national de France. Académie des sciences. Éloge de Gaspard Monge*, prononcé le 2 septembre 1849 par M. Charles Dupin. Paris : impr. De Firmin-Didot frères, 1849. Rez-de-jardin - magasin [4-LN27-14450].

- Essai historique sur les services et les travaux scientifiques de Gaspard Monge, 1819. Disponible en ligne sur Gallica.

Ghys, Étienne
« Gaspard Monge, le beau, l'utile et le vrai », *Images des mathématiques*, CNRS,24/12/2011.

Pairault, François
Gaspard Monge : le fondateur de Polytechnique. Paris : Tallandier, 2000. 521 p.
Salle C - Mathématiques [510.904 092 MONG 5 PA].

Queruel, Alain
Gaspard Monge : de la science à la politique. Turquant : Anovi, 2013. Rez-de-jardin - magasin [2014-28584].

Taton, René (1915-2004)
L'œuvre scientifique de Gaspard Monge : thèse pour le doctorat ès lettres présentée à la faculté de l'université de Paris. Paris : PUF, 1951. Salle C - Mathématiques [510.904 092 MONG 5 TA].

Transport optimal : sur le web

Brenier, Yann, Viéville, Thierry « La brouette de Monge ou le transport optimal », *Images des mathématiques*, CNRS,12/02/2012.

Entrevue avec Julie Delon dans le cadre du trimestre « Les mathématiques de l'image » à l'Institut Henri Poincaré, écrit par Adrien Rossille, *Images des mathématiques*, CNRS, 25/02/2019.

Villani, Cédric, « Kantorovitch, le planificateur révolutionnaire », Le Monde (Carte blanche), 20/09/2012.

Villani, Cédric, « Transport optimal de mesure, coup de neuf pour un très vieux problème », *Images des mathématiques,* CNRS, 16/02/2012.

Pour aller plus loin

Ambrosio, Luigi
Gradient flows: in metric spaces and in the space of probability measures. Boston : Birkhäuser, 2005. Document numérique : ACQNUM-96371.Version électronique disponible sur les postes Internet publics.

Kantorovitch, Leonid
Calcul économique et utilisation des ressources. Paris : Dunod, 1979. 305 p. Rez-de-jardin - magasin [8-V-83336].

Kantorovitch, Leonid
« On the Translocation of Masses », *Management science*, p. 1-4, vol 5 n°1, octobre 1958. Version électronique disponible sur les postes Internet publics.

Optimal transportation and applications / lectures given at the C.I.M.E. summer school held in Martina Franca, Italy, September 2-8, 2001, L. Ambrodio, L.A Caffarelli, Y. Brenier… [et al.] NY : Springer, 2003. Salle R - Mathématiques [519.3 CAFFo] - Document numérique : ACQNUM-72077. Version électronique disponible sur les postes Internet publics.

Optimal transportation: theory and applications (Summer school, 2009, Institut Fourier)/ edited by Yann Ollivier, Hervé Pajot, Cédric Villani. Cambridge: CUP, 2014. Salle R - Mathématiques [519.3 OPTI o].

David Hilbert et son 17ème problème : la tête au carré

Olivier Benoist
Mercredi 26 février 2020

En août 1900 a lieu à Paris le deuxième congrès international des mathématiciens. À cette occasion, le célèbre mathématicien allemand David Hilbert s'adresse à ses collègues. Il leur présente

« quelques problèmes déterminés pris dans diverses branches des mathématiques et dont l'étude pourrait concourir à l'avancement de la Science.»

Il s'agit d'une liste de vingt-trois problèmes mathématiques variés, que Hilbert jugeait de grande importance, et qui ont eu une influence considérable sur les mathématiques du XXème siècle. Aujourd'hui, certains ont été résolus, d'autres sont encore ouverts, et quelques-uns... n'ont pas été formulés assez précisément par Hilbert pour qu'on puisse le décider !

Le 17ème problème de Hilbert fait partie de ceux qui ont été résolus incontestablement, et rapidement : une solution a été trouvée par Emil Artin en 1927. Son thème est la positivité des fonctions : comment reconnaître qu'une fonction est positive ? Par exemple, est-elle nécessairement une somme de carrés de fonctions, et pour quels types de fonctions ? Peut-on expliquer ainsi toutes les inégalités ? Hilbert lui-même avait consacré deux travaux très originaux à ce sujet, l'un en 1888 et le suivant en 1893, sans réussir cependant à résoudre la question qui allait devenir son 17ème problème. Il aura fallu pour cela toute l'ingéniosité d'Emil Artin.

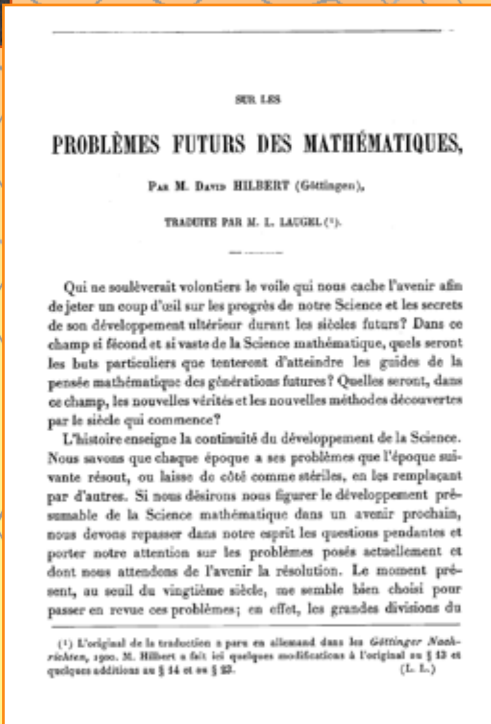
Loin d'épuiser le sujet, les contributions de Hilbert et Artin ont donné naissance à des domaines entiers des mathématiques : l'algèbre réelle et la géométrie réelle, encore très dynamiques aujourd'hui. Leur développement a été en partie motivé par des applications concrètes en robotique. En effet, si l'on dispose d'un robot constitué de bras articulés, un problème naturel est de décider si une position donnée est accessible à ce robot et de savoir lui expliquer comment atteindre, le cas échéant, cette position. Un second problème est de décider si une fonction est positive et, le cas échéant, le cas échéant, de l'écrire effectivement comme somme de carrés. Il se trouve que ces deux problèmes sont tout à fait similaires.

Du « progrès général de la Science mathématique » appelé de ses vœux par Hilbert, aux robots, il n'y a qu'un pas… que je vous invite à franchir !

Autour du texte :
DAVID HILBERT, *Sur les problèmes futurs des mathématiques*. Congrès International, 1900.

Olivier Benoist a reçu son doctorat en mathématiques à Paris en 2012. Il a été chargé de recherches au CNRS à l'École normale supérieure de Paris, après avoir d'abord commencé sa carrière à l'université de Strasbourg. Son domaine de recherche est la géométrie algébrique ; il étudie donc la géométrie des ensembles de solutions d'équations polynomiales. Il s'intéresse plus particulièrement à la géométrie algébrique réelle.

David Hilbert en 1912.
Source : Wikimedia



SUR LES

PROBLÈMES FUTURS DES MATHÉMATIQUES,

PAR M. DAVID HILBERT (Göttingen),

TRADUITE PAR M. L. LAUGEL (1).

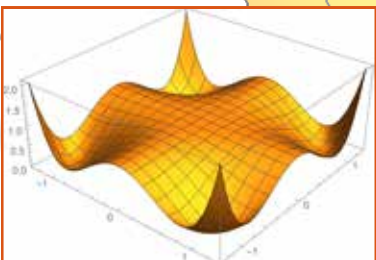
Qui ne soulèverait volontiers le voile qui nous cache l'avenir afin de jeter un coup d'œil sur les progrès de notre Science et les secrets de son développement ultérieur durant les siècles futurs? Dans ce champ si fécond et si vaste de la Science mathématique, quels seront les buts particuliers que tenteront d'atteindre les guides de la pensée mathématique des générations futures? Quelles seront, dans ce champ, les nouvelles vérités et les nouvelles méthodes découvertes par le siècle qui commence?

L'histoire enseigne la continuité du développement de la Science. Nous savons que chaque époque a ses problèmes que l'époque suivante résout, ou laisse de côté comme stériles, en les remplaçant par d'autres. Si nous désirons nous figurer le développement présumable de la Science mathématique dans un avenir prochain, nous devons repasser dans notre esprit les questions pendantes et porter notre attention sur les problèmes posés actuellement et dont nous attendons de l'avenir la résolution. Le moment présent, au seuil du vingtième siècle, me semble bien choisi pour passer en revue ces problèmes; en effet, les grandes divisions du

(1) L'original de la traduction a paru en allemand dans les *Göttinger Nachrichten*, 1900. M. Hilbert a fait ici quelques modifications à l'original au § 12 et quelques additions au § 14 et au § 22. (L. L.)

La première page du texte de Hilbert présentant la liste de ses grands problèmes.

Ici, le graphe d'un polynôme de deux variables, le polynôme de Motzkin. Toutes ses valeurs sont positives. Mais ce n'est pas une somme de carrés de polynômes.



Bibliographie sélective

Œuvres

Hilbert, David
David Hilbert: Gesammelte Abhandlungen. NY: Springer, 1970. 3 vol. NUMM-26488, NUMM-2689, NUMM-26490. Rez-de-jardin - magasin [2000-134597 ; 2000-213874; 2000-213876].

Hilbert, David
David Hilbert's lectures on the foundations of geometry, 1891-1902. Heidelberg: Springer, 2004. 661 p. (David Hilbert's lectures on the foundations of mathematics and physics, 1891-1933; vol 1). Salle R - Mathématiques -[510.92 HILB d1]
David Hilbert's lectures on the foundations of arithmetic and logic, 1917-1933. Heidelberg : Springer, 2013.
(David Hilbert's lectures on the foundations of mathematics and physics, 1891-1933 ; vol 3) [ACQNUM-76087] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Hilbert, David
D. Hilbert. Problèmes mathématiques. Paris: G. Carré et C. Naud, (s.d.) (Extrait de l'Enseignement mathématique, 2e année, n°5, 15 septembre 1900). Rez-de-jardin - magasin [8-V PIECE-13720]
D. Hilbert. Sur la ligne droite regardée comme étant le plus court chemin d'un point à un autre. Paris : G. Carré et C. Naud, (s.d.) (Extrait de l'Enseignement mathématique, 3e année, n°3, 15 mai 1901). Rez-de-jardin - magasin [8-V PIECE-13841].

Hilbert, David ; Bernays, Paul
Fondements des mathématiques, trad. de Grundlagen der Mathematik. 2 vol. Paris : l'Harmattan, 2001.607 p. 624 p. Salle C - Mathématiques - [511 HILB f1] [511 HILB f2].

Hilbert, David
Geometry and the imagination, trad. de Anschauliche Geometrie. NY: Chesea Company, 1990.357 p. Rez-de-jardin - magasin [2000-456682].

Hilbert, David
Grundlagen der Geometrie. Leipzig : Teubner, 1909. 279 p. Rez-de-jardin - magasin [8-R-23465 (7)].
Les fondements de la géométrie, trad. par Paul Rossier. Paris : Dunod, 1978. 311 p. Salle C - Mathématiques - [516 HILB f].

Hilbert, David
Les principes fondamentaux de la géométrie, trad. par L. Laugel. Paris : Gauthier-Villard, 1900. NUMM-99686.

Hilbert, David
Théorie des corps de nombres algébriques, mémoire de M. David Hilbert, trad. par M.A. Lévy. Toulouse : Privat, 1910. NUMM-1412046.

Hilbert, David
The theory of algebraic number fields, trad. de Theorie der algebraischen Zahlkörper. Berlin: Springer, 1998. 350 p. Salle C - Mathématiques [512.74 HILB t].

Sur David Hilbert

Boniface, Jacqueline
Hilbert et la notion d'existence en mathématiques. Paris : J. Vrin, 2004.303 p.
Rez-de-jardin - magasin [2004-46352].

Cassou-Noguès, Pierre
Hilbert. Paris : Les Belles lettres, 2001. 169 p. Salle C - Mathématiques [510.904 092 HILB 5 CA].

Gray, Jeremy John
Le défi de Hilbert : un siècle de mathématiques. Paris : Dunod, 2004. 338 p. Rez-de-jardin - magasin [2005-240266].

Madrid Casado, Carlo Miguel
Au début était l'axiome : Hilbert et les bases des mathématiques. Paris : RBA France, 2014. 174 p. Rez-de-jardin - magasin [2014- 144470].

Reid, Constance
Hilbert-Courant. Heidelberg: Springer, 1986. 547 p. Rez-de-jardin - magasin [2000-134880].

Sieg, Wilfried
Hilbert's programs and beyond. NY: OUP, 2013. 439 p. Rez-de-jardin - magasin [2013-407011].

Tao, Terence
Hilbert's fifth problem and related topics. Providence : AMS, 2014. 338 p. Salle R - Mathématiques [512.55 TAO h].

Tiles, Mary
Mathematics and the image of reason. NY : Routledge, 1991. 188 p. Rez-de-jardin - magasin [2000-231339].

Sites web

« David Hilbert (1862-1943) », Bibm@th, *La bibliothèque des mathématiques*.

« Les problèmes de Hilbert, ce qui est embrouillé nous rebute », Étienne Ghys, *Images des maths* CNRS, 20/11/2010 (consulté le 03/10/2019).

Pour aller plus loin

Artin, Emil (1898-1962)
Emil Artin : collected papers / ed. By Serge Lang, John T. Tate.[Reprod. en fac-sim.] Berlin: Springer, 1986.NUMM-26472 (Gallica intra muros). Salle R - Mathématiques [510.92 ARTI e].

Artin, Emil
Algèbre géométrique, trad. de Geometric algebra. Sceaux : J. Gabay, 1996. 209 p. Salle C - Mathématiques [516.35 ARTI a].

Perrin, Daniel
Géométrie algébrique : une introduction. Paris: Interéditions : CNRS, 1995. 209 p. Salle C - Mathématiques [516.35 PERR g].

« Sur le 17ème problème de Hilbert pour les fonctions de Nash », Jacek Bochnak, Proceedings of the American mathematical society, vol 71, number 2, september 1978, 6p.

Hammersley, feux de forêt, porosité et réseaux

Marie Théret
Mercredi 18 mars 2020

En 1954, le mathématicien anglais John Hammersley est en poste à Oxford. En collaboration avec Bill Morton, il publie un article sur les méthodes de Monte-Carlo - méthodes qui permettent de calculer des valeurs approchées d'intégrales grâce à des outils issus des probabilités. Ces travaux sont suivis d'une discussion à laquelle participe l'ingénieur Simon Broadbent, alors employé de la British Coal Utilization Association, où il est impliqué dans la conception de masques à gaz pour protéger les mineurs travaillant dans les mines de charbon. Simon Broadbent y propose une modélisation très simple d'un milieu poreux, utilisant le langage des probabilités, et s'interroge sur ce que peuvent dire les mathématiques d'un tel modèle. Hammersley perçoit l'intérêt du modèle suggéré par Broadbent : c'est le début d'une collaboration qui aboutira en 1957 à la définition mathématique précise du modèle de percolation et au début de son étude.

La percolation désigne le passage d'un fluide à travers un milieu plus ou moins perméable. La même racine latine apparaît dans le mot percolateur, qui permet d'obtenir un expresso en faisant passer de l'eau à travers les grains de café moulu. Intuitivement, le modèle de percolation est le suivant : pour comprendre la circulation d'un fluide à travers un morceau de roche, on imagine que celle-ci est traversée par un réseau de petits tuyaux microscopiques qui sont soit bouchés, soit ouverts (c'est-à-dire qu'ils laissent passer l'eau), aléatoirement et indépendamment les uns des autres. Suivant la densité des petits tuyaux ouverts, la roche est plus ou moins poreuse, et c'est le lien entre ces deux propriétés - densité des tuyaux microscopiques ouverts et porosité de la roche - qu'il est intéressant de comprendre.

La percolation modélise plus généralement des phénomènes de propagation : infiltration de l'eau ou d'un gaz dans une roche poreuse, mais aussi propagation d'un feu dans une forêt, d'une maladie au sein d'une population, ou d'une information sur un réseau social. Ce modèle est parfois trop élémentaire car il stipule qu'un tuyau microscopique est soit bouché, soit ouvert, sans quantifier le degré d'ouverture. Pour aller plus loin, Hammersley a défini la percolation de premier passage en 1965 en collaboration avec son étudiant en thèse Dominic Welsh. Il s'agit d'une variante de la percolation dans laquelle on associe à chaque petit tuyau le temps (aléatoire) nécessaire au fluide pour le traverser. On peut alors étudier l'évolution temporelle de la zone mouillée à l'intérieur d'une roche poreuse s'il y a une infiltration d'eau en un point de sa surface.

Ces deux modèles – percolation et percolation de premier passage - sont incroyablement riches, à la fois simples à définir et complexes à étudier. Depuis plus de cinquante ans, ils attirent l'attention de nombreux chercheurs qui ont dû faire preuve d'imagination, d'ingéniosité, de pugnacité et de rigueur pour progresser dans leur étude. Et pourtant, il reste encore beaucoup à comprendre et à expliquer !

Autour des textes :

S.R. Broadbent, J.M. Hammersley, Percolation processes I. Crystals and mazes, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 53 (1957), pp. 629-641.

J.M. Hammersley, D.J.A. Welsh, First-passage percolation, subadditive processes, stochastic networks ans generalized renewal theory, Bernoulli, Bayes, Laplace Anniversary Volume (J. Neyman and L. LeCam, eds.), Springer, Berlin (1965), pp. 61-110.

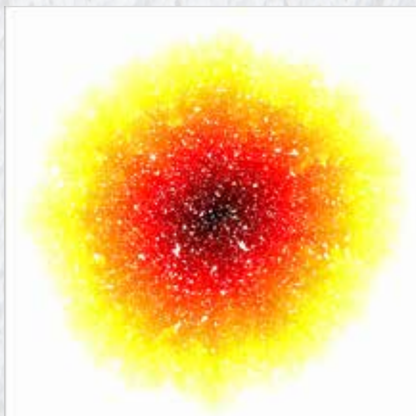
Marie Théret a obtenu son doctorat en mathématiques en 2009. Après être passée par l'université Paris-Sud, l'École normale supérieure et l'université Paris Diderot, elle rejoint l'université Paris Nanterre en tant que professeure en 2018. Ses travaux de recherche se situent dans le domaine des probabilités et portent principalement sur le modèle de percolation de premier passage.

Les travaux de Hammersley servent aussi à prédire la propagation de feux de forêts

Un percolateur utilise la percolation pour de bons expressos !

Un réseau social ?
Qui connait qui, qui connait qui ?

Exemple de propagation, simulation d'Olivier Garet



Bibliographie sélective

Œuvres

Hammersley, John Michael (1920-2004) ; Handscom, David Christopher
Monte-Carlo methods. NY: Chapman and Hall, 1983. 178 p. Salle R - Mathématiques [519.282 HAMM m].
Les méthodes de Monte-Carlo, trad. par Françoise Rostand. Paris : Dunod, 1967. 229 p. Rez-de-jardin - magasin [16-R-8053 (65)].

Hammersley J.M., Mazzarino G., (1983-a)
« Markov Fields, Correlated Percolation, and the Ising Model », in Hughes B.D., Ninham B.W. (eds.), *The Mathematics and Physics of Disordered Media: Percolation, Random Walk, Modeling and Simulation*. Berlin: Springer, 1983. p. 201-245. Version électronique disponible sur les postes Internet publics.

Hammersley, John Michael ; Welsh D.J.A
« Percolation Theory and its Ramification », *Contemporary Physics*, vol. 21, n°6, 1980. pp. 593-605. Version électronique disponible sur les postes Internet publics.

Hammersley, John Michael
Mathematics and Plausible Reasoning. 2 vol. Princeton : Princeton University press, 1954. Rez-de-jardin - magasin - [8-R-59029]

Sur la théorie de la percolation

Duminil-Copin, Hugo
« La percolation, jeu de pavages aléatoires », *Images des mathématiques*, CNRS, 28/02/2012.

Grimmett, Geoffrey R
Percolation. Berlin : Springer, 1999.444 p. Salle R- Mathématiques [519.23 GRIM p].

Pour aller plus loin

Beffara, Vincent ; Duminil-Copin, Hugo
« Lectures on planar percolation with a glimpse of Schramm-Loewner Evolution », *Probability survey*, 2011 (juin), p.1-8.

Chen, Wei
Explosive percolation in random networks. Heidelberg : Springer, 2014. 63 p. [ACQ-NUM-94774] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Sapoval, Bernard
Universalités et fractales : jeux d'enfant ou délits d'initié ? Paris : Flammarion, 1997. 275 p. Rez-de-jardin - magasin [8-D3 MON-942].

Stauffer, Dietrich; Aharony, Amnon
Introduction to percolation theory. 2nde ed. Washington : Taylor & Francis, 1992. 181 p. Rez-de-jardin - magasin [2000-238158].

Théret, Marie
Transition de phase abrupte en percolation via des algorithmes randomisés, Séminaire Bourbaki (IHP), 15 juin 2019.

Théret, Marie
La percolation : un modèle mathématique simple et complexe à la fois, LPMA université Paris Diderot (Paris VII).

Topics in percolative and disordered systems. NY : Springer, 2014. [ACQNUM-49491] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Welsh, Dominic
Complexity : knots, colourings and counting. Cambridge : CUP, 1993. 163 p.
Rez-de-jardin - magasin [2000-311871].

Werner, Wendelin
Percolation et modèle d'Ising. Paris : SMF, 2009. 161 p. 1992. 181 p.
Rez-de-jardin - magasin [2009-289752].

J.W. Gibbs : les mathématiques du hasard au cœur de la physique

Vincent Beffara
Mercredi 22 avril 2020

Au XIXème siècle, la révolution industrielle tourne à plein, et avec elle on s'intéresse aux propriétés physiques des machines et à leur façon de transformer la chaleur en travail. La thermodynamique est la branche de la physique qui décrit les phénomènes impliqués : échanges de chaleur entre différents fluides, dilatation des gaz en fonction de leur température et de leur pression. Sadi Carnot écrit en 1824 le texte fondateur de la thermodynamique, « Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance », dans lequel il donne un cadre théorique à l'étude des machines thermiques et de leur efficacité.

Au même moment, une autre description physique du monde, la théorie atomique, émerge en tant que théorie scientifique avec les travaux de John Dalton : son principe est de décomposer la matière en éléments « irréductibles », les atomes, et d'expliquer les propriétés chimiques de la matière à partir de la façon dont les atomes qui la composent interagissent.

Il s'agit là de deux approches totalement différentes, qui vont évoluer presque indépendamment pendant un siècle, jusqu'au développement, au tout début du 20ème siècle, de ce qui deviendra la mécanique statistique. Le programme de Ludwig Boltzmann et Josia Willard Gibbs est d'expliquer les propriétés thermodynamiques de la matière, et en particulier celles des gaz, à partir de leur description atomiste. Pour cela, ils introduisent une description mathématique, probabiliste, à partir de laquelle les notions fondamentales de la thermodynamique, comme l'énergie, la température et la pression, peuvent être définies de manière mathématique.

Un peu plus précisément, un gaz dans un récipient peut être vu comme la collection des très nombreuses molécules qui le composent, et qui sont en mouvement par agitation thermique. L'état du système n'est pas donné par la position et la vitesse de chaque molécule, ce qui ne serait ni observable ni maniable, mais comme une loi de probabilité sur ces positions et ces vitesses. On peut alors interpréter la température du gaz en fonction de la vitesse moyenne d'une molécule, voire la pression exercée sur le récipient comme l'effet moyen des molécules qui heurtent son bord, et modéliser les échanges thermiques entre gaz comme conséquences d'interactions entre leurs molécules.

Gibbs publie en 1902 le premier ouvrage qui traite de cette nouvelle théorie et lui donne son nom, les « Principes élémentaires en mécanique statistique ». Ce changement de point de vue aura un effet profond sur toute la physique du XX$^{\text{ème}}$ siècle, et aussi sur les mathématiques puisqu'elle constitue un terrain où mathématiques et physique se fécondent mutuellement ; la mécanique statistique est encore aujourd'hui un domaine de recherche en pleine activité.

Autour du texte :
J. W. Gibbs, « *Principes élémentaires en mécanique statistique* », 1902.

Vincent Beffara est directeur de recherches au CNRS, actuellement au sein de l'université Joseph Fourier, à Grenoble. Il était auparavant chercheur à l'École normale supérieure de Lyon, après une thèse soutenue à l'université d'Orsay. Il s'intéresse à la théorie des probabilités, et notamment aux phénomènes critiques en lien avec la physique statistique. En 2012, il a reçu avec Hugo Duminil-Copin le prix Rollo Davidson.

RÉFLEXIONS

SUR LA

PUISSANCE MOTRICE

DU FEU

ET

SUR LES MACHINES

PROPRES A DÉVELOPPER CETTE PUISSANCE.

PAR S. CARNOT,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

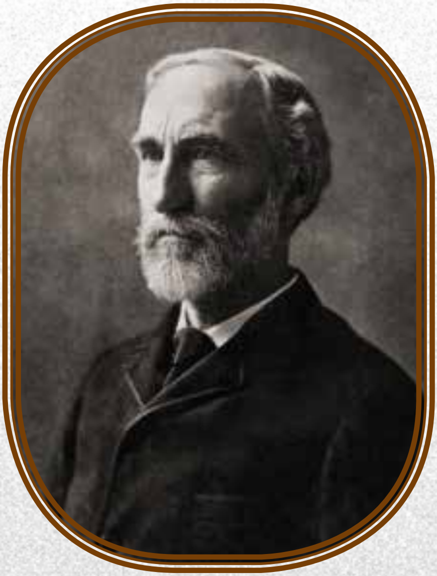
A PARIS,

CHEZ BACHELIER, LIBRAIRE,

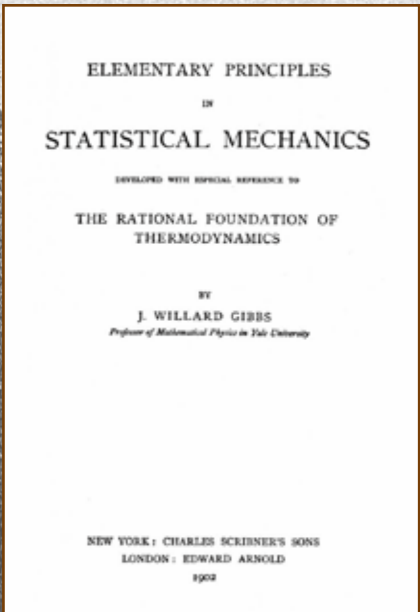
QUAI DES AUGUSTINS, N°. 55.

1824.

Couverture du livre de S. Carnot sur les machines à vapeur.



Josiah Willard Gibbs



ELEMENTARY PRINCIPLES

IN

STATISTICAL MECHANICS

DEVELOPED WITH ESPECIAL REFERENCE TO

THE RATIONAL FOUNDATION OF THERMODYNAMICS

BY

J. WILLARD GIBBS

Professor of Mathematical Physics in Yale University

NEW YORK: CHARLES SCRIBNER'S SONS

LONDON: EDWARD ARNOLD

1902

Un exemple de simulation numérique pour un exemple de percolation inhomogène

Couverture du livre de J.W. Gibbs, développement de la ``mécanique statistique''.

Bibliographie sélective

Œuvres

Gibbs, Josiah Willard
The collected works. NY: Longmans, 1928. 434 p.1.Thermodynamics. Document numérique [NUMM-95192].

Gibbs, Josiah Willard
The collected works of J. Willard Gibbs. NY : Longmans, 1931.2 vol. Rez-de-jardin - magasin - [8-R-55977(1)] [8-R-55977(2).

Gibbs, Josiah Willard
Diagrammes et surfaces thermodynamiques. Evreux, 1903. 86p. Document numérique [NUMM-82012].

Sur Josiah Willard Gibbs

« J. Willard Gibbs, sa vie et son œuvre », H. Le Chatelier, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, T 14, 1903, p.644-688. Disponible en ligne sur Gallica.

« Josiah Willard Gibbs », H A Bumstead, *American Journal of Science*, (4) (XVI), September 1903. Rez-de-jardin - magasin - [V-28845].

« Einstein et Gibbs devant la thermodynamique statistique », René Dugas, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 1955/07 (T241) - 1955/12, p.1685-1687. Disponible en ligne sur Gallica.

« K R Jolls, Gibbs and the art of thermodynamics, Gibbs in economics », *Proceedings of the Gibbs Symposium*, Providence, R.I., 1990, p. 293-321. Salle R - Physique - [536.7GIBB p].

Duhem, Pierre (1861-1916)
Sur la stabilité de l'équilibre en thermodynamique et les recherches de J.W. Gibbs au sujet de ce problème. Bordeaux : G. Gounouilhou, (s.d.). 10 p. Rez-de-jardin - magasin - [8-R PIECE-12400].

Duhem, Pierre (1861-1916)
The scientific papers of J. Willard Gibbs. Paris : Gauthier-Villars, (s.d.) 31 p. Extrait du « Bulletin des sciences mathématiques ». 2e série, T 31, 1907. Rez-de-jardin - magasin - [8-R PIECE-12409].

Sur la mécanique statistique

Belorizky, Elie
Introduction à la mécanique statistique. Grenoble : PUG, 1992. 301 p. Salle C - Physique - [530.13 BELOi].

Diep, Hung The
Physique statistique : cours, exercices et problèmes. Paris : Ellipses, 2006. 239 p. Salle C - Physique - [530.13 DIEP p].

Éléments de physique statistique. Paris : Hermann, 1989. 1001 p. Salle C - Physique - [530.1 ELEM].

Greiner, Walter
Thermodynamique et mécanique statistique. Paris : Springer, 1999. 532 p. Salle C - Physique - [536.7 GREI t].

Henriet, Loïc ; Henriet Scavennec, Anne
Physique quantique et physique statistique. Paris : Ellipses, 2016. 180 p. Salle C - Physique - [530.12 HENR p].

Lhuillier, Claire
Introduction à la thermodynamique : cours et problèmes résolus. Paris : Dunod, 1996. 265 p. Rez-de-jardin - magasin - [4-R-25492].

Pour aller plus loin

Attard, Phil
Thermodynamics and statistical mechanics: equilibrium by entropy maximisation. Boston : Academic Press, 2002. 424 p. Salle R - Physique - [530.13 ATTA t].

Barberousse, Anouk
La mécanique statistique : de Clausius à Gibbs. Paris : Belin, 2002. 239 p. Salle C - Physique - [530.109 BARB m].

Darrigol, Olivier
Atoms, mechanics, and probability: Ludwig Boltzmann's statistico-mechanical writings: an exegesis. Oxford : OUP, 2018. Salle R - Physique– [530.132 DARR a].

Helrich, Carl S.
Modern thermodynamics with statistical mechanics. Berlin : Springer, 2009.349 p. [ACQNUM-78629] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Krauth, Werner
Statistical mechanics: algorithms and computations. Oxford : OUP, 2006.342 p. Salle R - Physique - [530.13 KRAU s].

Oden, John Tinsley
An introduction to mathematical modeling: a course in mechanics. Hoboken : Wiley, 2011. [ACQNUM-34373] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Pathria, R.K.
Statistical mechanics. Boston : Elsevier, 2011. [ACQNUM-16331] Version électronique consultable sur les postes Internet publics.

Oden, John Tinsley
An introduction to mathematical modeling: a course in mechanics. Hoboken : Wiley, 2011. [ACQNUM-34373] Version élec. consultable sur les postes Internet publics.

Animath

Société Mathématique de France

SMF

http://smf.emath.fr

Institut Henri Poincaré
11 rue P. et M. Curie
75231 Paris Cedex 05

BnF

Bibliothèque nationale de France
Quai François-Mauriac 75013 Paris
http://www.bnf.fr

un texte, un mathématicien

L'école mathématique française brille de tous ses feux.

Dans ce cycle de conférences, certains des meilleurs mathématiciens présentent un aspect de leurs travaux.

Le conférencier choisit un texte mathématique classique qui l'a particulièrement influencé. À partir de ce texte, de son auteur et de son histoire, il montre comment des problématiques anciennes débouchent sur des recherches actuelles.

Quatre mercredis dans l'année à 18h30. Ce cycle est organisé par un comité animé par Serge Cantat (université Rennes 1).

Comité scientifique :

Nalini Anantharaman
Martin Andler
Jérôme Buzzi
Serge Cantat
David Harari
Gilles Pagès

Grand auditorium
Bibliothèque nationale de France
Site François-Mitterrand, 75013 Paris