

# COURRIER DES LECTEURS

---

## Recrutement et année de qualification : une précision

---

Je viens de recevoir la *Gazette* de janvier. Je vous transmets une réaction sur un détail, dans l'article de L. Busé sur les recrutements 2006.

Page 73 en haut, un tableau indique l'année de qualification des candidats recrutés. Certaines qualifications sont des requalifications. C'est mon cas. J'ai été recruté MCF (25) en juin 2006. J'avais obtenu une première qualification en 2001, puis son renouvellement après son

expiration, en 2005. Je sais ne pas être le seul recruté dans ce cas.

Chez les recrutés, la proportion de requalifications parmi les qualifications est sans doute difficile à connaître. Peut-être peut-on cependant rappeler que le phénomène existe.

*Charles Boubel*  
*IUT R. Schuman, Strasbourg*

## À propos de l'article d'Antoine Ducros

---

L'idée de considérer l'ensemble  $M_{ult}(A, \|\cdot\|)$  des semi-normes multiplicatives continues d'une algèbre normée ultramétrique, muni de la topologie de la convergence simple (pour laquelle cet ensemble est compact), est due, comme on le sait, à Bernard Guennebaud dont la thèse d'Etat (intitulée *Sur une notion de spectre en analyse ultramétrique*) soutenue à Poitiers en 1973 est consacrée à ce sujet. La caractérisation des semi-normes multiplicatives sur l'anneau des polynômes sur un corps  $K$  valué ultramétrique complet et algébriquement clos a été faite par Guennebaud sous une

certaine forme, en considérant des suites décroissantes de disques, puis par Garandel et moi par l'introduction des filtres circulaires [8], [15], [12], [13] qui sont les filtres les moins fins suivant lesquels la valeur absolue de tout polynôme (et de toute fonction méromorphe) admet une limite. Cet ensemble de filtres a une structure arborescente remarquable qui a attiré l'attention de beaucoup d'entre nous [1], [2], [3], [12], [13], [17], [18], et possède 2 topologies non équivalentes : c'est cet ensemble qui est aujourd'hui appelé Droite de Berkovich. Certaines propriétés remarquables des algèbres

de Banach ultramétriques sont obtenues à l'aide d'un calcul fonctionnel holomorphe [10], [13] défini, pour faire simple, sur des éléments analytiques au sens de Krasner [16]. Les propriétés de ce calcul fonctionnel holomorphe sont dues au fait que si on considère un trou dans le spectre « naïf » d'un élément  $x$  de notre algèbre, alors  $\|(x - a)^{-1}\|$  est constant dans un disque « ouvert » de centre  $a$  et de rayon  $(\|(x - a)^{-1}\|)^{-1}$  [11], [13].

On peut citer plusieurs applications : si une  $K$ -algèbre de Banach est complète pour sa norme spectrale, ou bien si  $K$  est fortement valué (c'est-à-dire si le groupe des valeurs ou bien le corps résiduel n'est pas dénombrable) alors cette norme (ou semi-norme spectrale dans la seconde hypothèse) est l'enveloppe supérieure des semi-normes multiplicatives continues dont le noyau est un idéal maximal [11], [13]. De plus, si  $K$  est fortement valué, un idéal maximal est le noyau d'une seule semi-norme multiplicative continue et le radical de Jacobson est le noyau de la semi-norme spectrale. Des contre-exemples existent si le corps n'est pas fortement valué [9], [10], [13]. (Le problème de la couronne vient de trouver quelques éléments nouveaux grâce à ces résultats antérieurs).

Concernant la Théorie de Nevanlinna  $p$ -adique (mentionnée par Antoine Ducros page 23), il est bien connu qu'elle est due à Abdelbaki Boutabaa en 1988 dans sa version initiale appliquée aux fonctions méromorphes dans le corps  $K$  de caractéristique nulle [4], [5]. Lui et moi l'avons étendue aux fonctions méromorphes dans un disque ouvert [6] (en tenant compte du problème des diviseurs d'une fonction analytique résolu par Lazard [17], dans un corps non sphériquement complet), puis nous l'avons généralisée en caractéristique  $p \neq 0$  [7]. La Théorie de

Berkovich et la Théorie de Nevanlinna  $p$ -adique sont disjointes mais peuvent avoir quelques applications analogues. Toutefois, dans  $\mathbb{C}$  aussi bien que dans un corps  $K$  de caractéristique nulle, c'est principalement la Théorie de Nevanlinna qui a permis d'obtenir une floraison de résultats d'unicité (avec ou sans multiplicité) et plus généralement a eu pour conséquence l'essor que l'on connaît en distribution des valeurs.

[1] Boussaf, K., Hemdahoui, M., and Mainetti, N. - Tree structure on the set of multiplicative semi-norms of Krasner algebras  $H(D)$ . *Revista Matematica Complutense*, vol. XIII, N. 1, pp. 85-109 (2000).

[2] Boussaf, K. - Image of circular filters, *International Journal of Mathematics, Game Theory and Algebra*, Volume 10, N. 5, p. 365-372.

[3] Boussaf, K., Escassut, A. and Mainetti, N. - Mappings in the tree  $Mult(K[x])$ . *Bulletin of the Belgian Mathematical Society Simon Stevin* 9 (2002) suppl. 11-23..

[4] Boutabaa, A. - Théorie de Nevanlinna  $p$ -adique. *Manuscripta Mathematica* 67, p. 251-269, (1990).

[5] Boutabaa, A. - Applications de la théorie de Nevanlinna  $p$ -adique, *Collectanea Mathematica* 42, 1 p. 75-93, (1991).

[6] Boutabaa, A. and Escassut, A. - Urs and Ursim for  $p$ -adic Meromorphic Functions inside a  $p$ -adic disk *Proceeding of the Edinburgh Mathematical Society*, 44, 485-504 (2001).

[7] Boutabaa, A. and Escassut, A. - *Nevanlinna Theory in positive characteristic and applications* Analysis and Applications, p. 97-107, Kluwer Academic Publishers 2003.

[8] Escassut A. - *Éléments analytiques et filtres percés sur un ensemble infraconnexe*, *Ann. Mat. Pura Appl.* t. 110, p. 335-352 (1976).

[9] Escassut, A. - Spectre maximal d'une algèbre de Krasner, *Colloquium Mathematicum*, XXXVIII, fasc. 2, p. 339-357, (1978).

[10] Escassut, A. - The ultrametric spectral theory, *Periodica Mathematica Hungarica*, Vol 11, (1), p. 7-60, (1980).

[11] Escassut, A. and Mainetti, N. - Spectral semi-norm of a  $p$ -adic Banach algebra, *Bulletin of the Belgian Mathematical Society Simon Stevin*, vol. 8, p. 79-61, (1998).

[12] Escassut, A. - *Analytic Elements in  $p$ -adic Analysis*, *World Scientific Publishing Inc.*, Singapore (1995).

[13] Escassut, A. - Ultrametric Banach Algebras WSCP 2003.

[14] Garandel, G. - Les semi-normes multiplicatives sur les algèbres d'éléments analytiques au sens de Krasner, *Indag. Math.*, 37, n 4, p. 327-341, (1975).

[15] Gunnebaud, B. - Sur une notion de spectre pour les algèbres normées ultramétriques, thèse Université de Poitiers, (1973).

[16] Krasner, M. - Prolongement analytique uniforme et multiforme dans les corps valués complets. Les tendances géométriques en algèbre et théorie des nombres, Clermont-Ferrand, p. 94-141 (1964). Centre National de

la Recherche Scientifique (1966), (Colloques internationaux de CNRS Paris, n. 143).

[17] Lazard, M. - Les zéros des fonctions analytiques sur un corps valué complet, IHÉS, *Publications Mathématiques* n14, p. 47-75 (1962).

[18] Maïnetti, N. - Metrizability of some analytic affine spaces *Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics*, Marcel Dekker, (2001).

[19] Rivera-Letelier, J. - Uniform structures and Berkovich space, preprint.

*Alain Escassut*  
*Université Blaise Pascal,*  
*Clermont-Ferrand*

## Un simple hommage

---

Comme les cristaux, Gustave Choquet avait de nombreuses facettes. Mis à part ses proches, sans doute, ceux qui l'ont connu n'ont pu en admirer qu'une ou deux, la plupart du temps, et en deviner les autres, parfois.

L'un des esprits les plus fins et aiguisés qu'il m'ait jamais été donné de rencontrer ; capable, tout aussi bien, de trancher les nœuds que de les délier. Une grande bienveillance teintée d'ironie, celle des grands maîtres. Dans l'immensité du champ mathématique, il a su dégager quelques belles gemmes, rares, pour son plaisir, et pour celui des autres. Son langage avait la clarté de l'eau de source, son style la limpidité. A l'instar des poètes, et de son grand inspirateur, Arnaud Denjoy, il usait d'images fortes pour se bien faire comprendre :

« Le théorème du voyageur spatial ». Le contraste entre « le monde minéral » de l'Algèbre et l'Analyse « peuplée d'êtres aux contours parfois imprécis,

algues marines, hydres ou éponges ». Deux de ses plus belles métaphores.

Il avait l'art d'aller droit à l'essentiel en expliquant les choses les plus compliquées simplement. A l'écouter, ou le lire, on comprenait si bien que l'on se croyait intelligent.

Bien que l'expression ne fut pas de lui, il aimait, en tout, se tenir à « la bonne distance », ni trop près, ni très loin. L'examen d'un exemple particulier bien choisi le conduisait, naturellement, à la véritable généralisation, celle qui permet d'embrasser tout l'horizon des cas singuliers. Il se méfiait du pas de plus, du pas de trop, qui ferait plonger dans l'océan sans fond de l'extension outrancière qui, pour signifier le tout, ne signifie plus grand chose.

Avec ceux des autres, il a souvent fabriqué ses propres outils, comme l'ébéniste, et les avait ainsi « à sa main ». Plutôt que d'aller en bibliothèque, les rechercher, il préférait ses propres démonstrations, de résultats

connus, à celles que l'on trouve dans les journaux savants et les manuels. Il lui est arrivé l'aventure suivante. En voyage, un peu désœuvré, il s'est mis en devoir, un jour, d'explorer de nouveau l'univers des continus du plan qui le fascinait. Les résultats lui venaient, aisément, l'un après l'autre ; jusqu'au moment où il s'aperçut qu'il avait déjà, il y a bien longtemps, parcouru ce même chemin et en avait recueilli les fleurs et les fruits, sur les branches.

La foi, comme les roches, subit le métamorphisme de l'âge. Celle des débuts n'est pas toujours celle de la fin. Sa croyance, ses convictions finales, il les

a exprimées, avec beaucoup de sérénité, dans ses derniers écrits connus.

« Il faut parfois déboulonner les statues trop imposantes, y compris notre statue intérieure. On peut s'aider, un temps, des épaules des plus grands, mais il faut être soi-même dès qu'on se sent assez fort...C'est dire qu'il n'y a pas de vérité ; c'est sa recherche qui importe. L'architecte et le maçon sont plus précieux que le monument qu'ils ont édifié! »

Où que vous soyez, à présent, Monsieur Choquet : au revoir.

*Labib Haddad*