

MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Nous remercions ici toutes les personnes dont l'aide nous a été précieuse : en premier lieu Elena Karpel, veuve de F.A. Berezin, pour nous avoir communiqué des documents inédits, et pour son autorisation de publier la traduction de la lettre au Recteur, ensuite tous ceux qui nous ont fourni des informations nombreuses et détaillées, Dimitri Leites en premier, et ensuite Mikhail Shubin et Anatol Vershik, et enfin S.I. Gelfand pour son autorisation de publier la traduction française de l'article de Minlos.

Hommage à Feliks A. Berezin

Claude Roger¹

Nous présentons ici une traduction d'un article de R. Minlos et de souvenirs de A. Vershik, consacrés à la vie de F.A. Berezin (1931-1980), ainsi que de la lettre (inédite à notre connaissance) adressée par ce dernier à R.V. Khokhlov, Recteur de l'Université d'état de Moscou, peu de temps avant sa mort survenue pendant l'été de 1977.

Pourquoi une traduction française de cet article, dix ans après sa parution ? Tout d'abord, la Gazette des Mathématiciens nous a paru être le cadre adapté pour présenter les travaux de F.A. Berezin, à l'attention d'un vaste public mathématique et non plus seulement des spécialistes du cercle relativement restreint de la physique mathématique. La principale raison est que la dizaine d'années écoulées depuis la parution de l'article de Minlos ont encore mieux fait ressortir le caractère pionnier de l'œuvre de Berezin, et toute l'importance de sa contribution. On verra dans la suite que les idées initiées par Berezin ont été à l'origine de bien des développements tant en mathématiques avec l'explosion des diverses branches des « mathématiques quantiques » qu'en physique fondamentale avec la montée en puissance des théories supersymétriques, supercordes, etc... Je n'en mentionnerai pour l'instant que deux exemples : d'une part les succès des théories de quantification par déformations durant la dernière décennie, avec les travaux de M. Kontsevich (couronnés d'une médaille Fields), et de bien d'autres, avec leurs multiples applications ; d'autre part, du côté de la physique des particules, les expériences prévues au LHC (*Large Hadron Collider*) dont l'achèvement est attendu au CERN pour la fin 2007, laissent espérer la mise en évidence de particules supersymétriques, après celle du fameux boson de Higgs. Les plus légères des ces particules supersymétriques, appelées « neutralinos », pourraient être des constituants de la mystérieuse matière noire de l'univers. On attend les premiers résultats pour 2009.

¹ Institut Camille Jordan UMR 5208, Université Claude-Bernard (Lyon I).

D'une manière plus générale, on peut considérer l'œuvre de F.A. Berezin toute entière comme une magistrale réponse à la question « Qu'est-ce que la physique mathématique ? ». L'article de Minlos montre bien que le rôle du physicien mathématicien ne se réduit pas à celui du mathématicien de service, exécutant les calculs et détaillant les équations nécessaires aux physiciens, expérimentateurs comme théoriciens ; il doit en premier lieu mettre en forme les idées et les concepts mathématiques suscités par l'évolution des diverses théories physiques², mais aussi d'utiliser le développement des théories mathématiques correspondantes comme un véritable outil de découverte physique, en relation bien entendu avec les physiciens théoriciens. Un exemple bien connu en est la théorie du positron, dont l'existence avait été annoncée par P.A. M. Dirac, plusieurs années avant sa mise en évidence expérimentale, sous forme d'une solution « en trop » pour l'opérateur appelé maintenant de Dirac, construit comme racine carrée de l'opérateur de Klein-Gordon (cf. le beau livre de Ne'eman et Kirsh [N-K], chap. 3). Un autre exemple plus ancien et historiquement très important est la théorie de la chaleur selon Fourier, et les mathématiques qui en ont résulté. Je voudrais mentionner à propos de ce célèbre exemple, l'étude épistémologique et historique de G. Bachelard [Ba], remarquable de clarté et de précision, et analysant en profondeur à partir de cet exemple les relations entre la physique et les mathématiques. Je n'aborderai pas ici la question de philosophie des sciences concernant la nature de la physique mathématique et les rapports de celle-ci avec les mathématiques pures et la physique théorique ; je n'en ai pas les compétences, mais je renverrai à ce sujet le lecteur à un texte court, peu connu, et qui reste d'une étonnante actualité bien qu'il ait été écrit voici plus d'un demi siècle : je veux parler de la leçon inaugurale d'André Lichnérowicz au Collège de France [Li]. Je voudrais pouvoir le citer in extenso à titre d'introduction à l'analyse des travaux de Berezin contenue dans l'article de Minlos.

Je vais maintenant donner quelques commentaires et compléments à propos de la biographie de Berezin. Comme Minlos l'explique au début de son article, les travaux de Berezin ont dès le départ été inspirés par la recherche de bases mathématiques solides pour la théorie quantique des champs. Les premiers succès théoriques et expérimentaux de celle-ci remontent à 1948 avec Feynman, Schwinger et Tomonaga (cf. [N-K] partie 2.9), le premier traité général sur le sujet (Bogoliubov et Shirkov) est paru en 1957, mais la théorie mathématique définitive n'a toujours pas été élaborée et fait encore de nos jours l'objet de recherches actives, comme peuvent en témoigner par exemple les nombreuses publications récentes consacrées à la renormalisation et la théorie des champs constructive, ou encore les approches du modèle standard développées par A. Connes dans le cadre de sa géométrie non commutative. Le développement rapide des théories physiques, en relation forte avec les mathématiques n'a fait qu'amplifier le phénomène (voir par exemple [R] pour un historique passionnant).

Un moment essentiel du passage de la mécanique quantique à la théorie des champs a été *la seconde quantification* : celle-ci consiste à regarder le champ comme une assemblée de particules, soit au niveau classique comme une somme infinie d'oscillateurs (ou « modes ») que l'on peut voir mathématiquement comme

² Comme disait A. Lichnérowicz : « C'est la tâche propre du physicien mathématicien que d'éprouver les grandes théories physiques non plus expérimentalement mais dans leur cohérence interne, que de les faire naître à l'existence mathématique... ».

une série de Fourier ; cette construction correspond à un passage du fini à l'infini pour le nombre de degrés de liberté. Le livre de Berezin sur les méthodes de seconde quantification date de 1965, mais il est encore largement utilisé de nos jours ; on peut dire qu'il est devenu un classique, au sens où l'entendait I. Calvino, c'est à dire un livre qui n'a pas encore fini de dire ce qu'il a à dire. Dans [Li], Lichnérowicz insiste sur le rôle capital joué par certains classiques dans les progrès de la physique mathématique ; les divers livres écrits par Berezin ont peu à peu joué ce rôle. L'aspect le plus fascinant et mystérieux de cette seconde quantification, à savoir l'isomorphisme bosons-fermions a été par la suite développé par divers auteurs (Peetre, Vergne...), notamment pour ses retombées dans les domaines de l'analyse fonctionnelle, des probabilités ou de la représentation des groupes ; voir par exemple l'approche décrite dans le livre de Y. Neretin [Ne]. Cet étrange isomorphisme symétrique-antisymétrique se retrouve dans plusieurs domaines des mathématiques contemporaines et dissimule sans doute des phénomènes profonds (voir par exemple les constructions connues sous le nom de BGG ou Bernstein-Gelfand-Gelfand, la périodicité de Bott, les travaux de Gelfand et Zelevinsky en théorie des représentations...).

Par delà la seconde quantification, je dirai plus généralement que Berezin a joué un rôle fondateur dans les recherches consacrées à la compréhension du phénomène de quantification dans toute sa généralité, et on retrouve ses résultats dans à peu près toutes les branches des « mathématiques quantiques », qui ont connu le développement que l'on sait depuis les années 80 du siècle dernier. On peut distinguer parmi ces diverses approches de la quantification :

(1) *La quantification asymptotique* : on peut voir à ce sujet le traité sur l'équation de Schrödinger écrit en collaboration avec Mikhail Shubin (ref. 18 dans l'article de Minlos).

(2) *La quantification par déformations* : le point de départ de cette théorie, qui n'est certainement pas aussi ancienne que la mécanique quantique, consiste à regarder l'algèbre des observables quantiques comme une déformation de l'algèbre des observables classiques. Il faut signaler ici la presque simultanéité des publications de Berezin sur ce thème (ref. 12 à 14 dans la bibliographie de l'article de Minlos) avec les fameux articles de Flato, Lichnérowicz et leurs collaborateurs. Depuis cette époque, les développements de la théorie ont été considérables et se sont étendus dans divers domaines comme les groupes quantiques, ou encore les progrès récents dans le sillage des célèbres résultats de M. Kontsevich (voir par exemple [K-R-T] [C-K-T-B] pour un état des recherches sur ce thème).

(3) *La quantification géométrique* : le point de départ en est l'existence d'une structure symplectique sur chaque orbite coadjointe d'un groupe de Lie. Ce résultat a été d'une part à l'origine de la méthode des orbites en théorie des représentations des groupes de Lie (voir le traité [Ki2]), et par extension à une variété symplectique quelconque, de la théorie de la quantification géométrique, développée notamment par J.-M. Souriau [So]. On fait souvent référence au crochet de Poisson correspondant à cette structure symplectique comme à celui de Kirillov-Kostant-Souriau, alors que l'on peut trouver la première version de ce crochet dans les œuvres de S. Lie, comme l'a fait remarquer Semenov-Tian-Shansky. Feliks Berezin a donné un exposé sur ce thème à la Société Mathématique de Moscou, dans lequel il a

construit la fameuse forme symplectique, et le crochet de Poisson correspondant en a ensuite été déduit par A.A. Kirillov et publié dans [Ki1].

Je terminerai cette brève revue de l'œuvre de Berezin par les « *supermathématiques* », dont il fut le principal fondateur; je dois à D. Leites les informations historiques détaillées qui vont suivre. Sur le versant mathématique il s'agit, dans l'ordre logique et chronologique, de la superalgèbre, puis de la supergéométrie (algébrique ou différentielle), et enfin de la superanalyse, où l'intégrale porte le nom de Berezinien. Sur le versant physique, il s'agit de la supersymétrie (SUSY), réalisant l'isomorphisme bosons-fermions, audacieux prolongement de la seconde quantification mentionnée plus haut. L'histoire des « *supermathématiques* » a commencé avec l'article de F. Berezin et G.I. Kac [B-K] établissant la correspondance entre superalgèbres de Lie et supergroupes de Lie formels. Une conjecture y était formulée, concernant la possibilité de construire la notion de groupe correspondante, en considérant l'algèbre extérieure (ou de Grassmann) comme algèbre de fonctions. Le livre de Y.I. Manin [Man] y était mentionné comme source d'inspiration de ce type de construction. Peu de temps après, D. Leites parvint à proposer une construction de supervariétés algébriques et de superschémas; sa construction se heurta d'abord à un certain scepticisme: vu que le spectre d'une algèbre extérieure se réduit à un seul point, le superspace obtenu se trouve lui aussi réduit à un point! Le résultat fut néanmoins exposé publiquement à l'automne de 1972 au séminaire de Kirillov, puis à celui d'algèbre, dirigé par Vinberg et Onishchik; à la même époque V.G. Kac commençait ses célèbres travaux de classification des superalgèbres de Lie simples; de même, des physiciens théoriciens commençaient à utiliser les idées superalgébriques de l'article [B-K]: ce fut le travail de Golfand et Likhtman [G-L] à Moscou et de Volkov et Akulov [V-A], puis les premiers et célèbres articles de J. Wess et B. Zumino sur la supersymétrie [W-Z]. L'article de D. Leites [Le] donnant les bases de la supergéométrie algébrique, parut aux Uspekhi Mat. Nauk en mars 1973. La version différentiable fut élaborée peu après et publiée dans les Doklady [B-L]. Sa version anglaise « *supermanifolds* » devait être pendant longtemps l'une des références principales sur le sujet. Ce texte fut assez largement diffusé dans le monde occidental (il faut se souvenir des difficultés de communication entre les blocs à cette époque, cf. infra), mais il n'apparaît pourtant pas dans les bibliographies des travaux occidentaux parus un peu plus tard sur ce sujet (Kostant [Ko], Koszul [Kos]).

Du côté des publications « supersymétriques » en physique, la première apparition du terme superspace est en général attribuée à [SS1], et donc postérieure à [B-K]. Il faut cependant signaler l'utilisation par J. Wheeler du terme de « superspace » dès 1970, mais dans un contexte tout différent [Wh]. D. Leites a publié récemment un historique détaillé de cette question dans l'introduction de l'Encyclopédie sur la supersymétrie dirigée par S. Duplij [CE]. Nous y renvoyons le lecteur désireux d'en savoir plus ainsi qu'à l'article de V. Akulov [Ak].

Pour terminer cette introduction aux textes qui vont suivre, je donnerai quelques indications sur la vie scientifique en Union Soviétique dans les années qui ont précédé la perestroïka, de façon à faciliter la compréhension du contexte historique de la lettre au Recteur Khokhlov et de la dernière partie de l'article de Minlos, pour les lecteurs du 21^{ème} siècle. Le passé est si vite oublié!

La période qui nous concerne ici (1965-1985) est connue en Russie sous le nom de « période de stagnation », elle correspond au règne sans partage de L.I. Brejnev et de ses compères, et constitue une période de réaction et de déclin, ou mieux de « restalinisation », par rapport au relatif « dégel » de la période où N.S. Krouchtchev était aux affaires (1956-1964). Si la période de Staline a été abondamment étudiée, il n'existe encore que peu d'ouvrages réellement historiques sur la « restalinisation » brejnévienne, du moins en langue française, à part le livre passionnant de Martin Malia, *La tragédie soviétique* [Ma] (voir surtout son chapitre 10, Brejnev ou le communisme de nomenklatura). Nous avons pu trouver sur la toile le texte [MS] quelque peu sommaire, mais qui a le mérite de la précision et de la clarté.

Les conséquences dans le domaine scientifique de la période stalinienne proprement dite sont trop connues pour qu'il soit nécessaire d'en rappeler ici les détails, le livre de Kremontsov [Kr] en constitue une vaste synthèse. La période du dégel krouchtchévien a peut-être été plus sensible dans les domaines universitaire et académique qu'ailleurs ; elle a été synonyme d'incertitude pour l'appareil du Parti³, la pression et le contrôle de celui-ci sur la société se sont quelque peu relâchés, d'où quelques espaces de liberté d'expression, un peu plus de facilités pour voyager, de contacts avec l'extérieur. Le début de l'ère brejnévienne a vu par contre une reprise en mains dans tous les domaines, marquée notamment par le tristement célèbre procès de Daniel et Siniavski (1966).

Dans les départements universitaires et les instituts académiques, les bureaux du Parti reprisent dans un esprit de revanche la totalité du pouvoir qui leur avait momentanément échappé, avec pour conséquences les faits relatés dans l'article de Minlos, les souvenirs de Vershik, et surtout la courageuse lettre de Berezin au Recteur Khokhlov. Il ne faudrait surtout pas confondre ce « bureau du Parti » avec un quelconque groupe militant, il s'agissait bien de branches de l'appareil, composées de fonctionnaires, implantées dans chaque secteur de la société, et visant à contrôler et diriger tous les aspects de la vie sociale et économique. La situation dans les instituts de recherche et d'enseignement supérieur était assez variable suivant les endroits, elle dépendait pour beaucoup de la personnalité du directeur en place et de la capacité de celui-ci à se faire respecter du bureau du Parti. Les « personnes incompétentes » dont parle Berezin dans sa lettre au Recteur sont précisément les membres du dit bureau ; ce sont leurs interventions permanentes qui ont abouti entre autres à la médiocrité des recrutements, au refus d'admettre des étudiants, et au rejet de certaines thèses de haute qualité : les conséquences les plus visibles extérieurement de leurs actions ont été les interdictions de voyager à l'étranger opposées à une grande part de l'élite des mathématiciens soviétiques entre 1970 et 1986. Les mathématiciens de ma génération et les plus anciens se souviennent des Congrès Internationaux des Mathématiciens (C. I. M.) de 1970, 1974, 1978, 1986⁴, auxquels la majorité des orateurs invités en provenance d'URSS étaient empêchés de venir (en général à la dernière minute), et leurs conférences présentées par d'autres ; les exemples en sont multiples et célèbres. J'ai d'autre part pu retrouver dans les collections anciennes de la Gazette des Mathématiciens

³ Ici « Parti » désigne bien évidemment le Parti Communiste de l'Union Soviétique (P. C. U. S.).

⁴ Celui de 1983, tenu à Varsovie au cœur de la dictature militaire, est à mettre à part.

divers articles consacrés à des mathématiciens soviétiques de l'époque, en butte à des difficultés diverses avec le pouvoir [G].

Mais les exemples les plus sinistres de l'action des bureaux du Parti dans les Universités sont évidemment les cas flagrants d'antisémitisme, sous forme de discrimination ouverte à l'encontre des étudiants de nationalité juive⁵, ou même dont le nom de famille laisse supposer une origine juive. L'antisémitisme officiel (ou plutôt l'antisémitisme d'état) fut instauré en URSS dans la période du stalinisme d'après guerre (voir encore [Ma] à ce sujet), puis s'apaisa quelque peu sous Krouchtchev, pour mieux reprendre sous Brejnev, et plus fortement encore après 1967 et la Guerre des Six Jours. Cet antisémitisme s'est manifesté de la façon la plus flagrante dans les examens de sélection à l'entrée de la faculté de Mathématiques et Mécanique (MekhMat) de l'Université de Moscou. L'essentiel de ces examens est oral et la sélection y est plutôt sévère; le refus d'admettre des étudiants juifs et ses conséquences sur le niveau scientifique de MekhMat sont évoqués à mots couverts dans la lettre de Berezin au Recteur (cf. par exemple l'épisode tragi-comique des Olympiades), et décrits avec détails et précisions dans un article des Notices de l'AMS [Sa], et dans [Sh][V2]. Des discriminations du même type s'exerçaient à l'encontre des candidats à une bourse de thèse (« aspirants »), à l'occasion des autorisations de soutenances de thèses, et plus généralement tout au long de la carrière. Ces discriminations et brimades en tout genre sont évoquées dans l'article de Minlos, et de façon plus personnelle, dans les souvenirs de A.M. Vershik. L'ouvrage [V1] édité par A.M. Vershik permettra au lecteur slavisant d'en apprendre davantage sur la dissidence de l'époque brejnévienne, dans les milieux académiques et les autres.

Notes sur la traduction des textes qui suivent

Le terme « sotroudnik » (littéralement « qui travaille avec ») est en général traduit par « collaborateur ». Vu le contexte, nous l'avons rendu par le terme contemporain d'« enseignant-chercheur ».

Il existait deux niveaux de thèses en Union Soviétique, nommés respectivement « kandidat » et « doktorat »; nous les avons traduits par leurs équivalents approximatifs dans le système français actuel, à savoir « doctorat » et « habilitation ».

Nous avons de même traduit « aspirant » par son équivalent français de boursier de thèse ou étudiant de troisième cycle.

« Docent » : terme d'origine allemande. Il s'agit d'un emploi de chargé de cours, correspondant à peu près à celui de Professeur 2^e classe.

MekhMat : abrégé pour la Faculté de Mécanique et Mathématique de l'Université de Moscou (MGU).

« travail social » (partie 5 de l'article de Minlos) : les citoyens soviétiques étaient en principe tenus d'effectuer une certaine quantité de « travail social », supposé d'intérêt collectif, mais en général dépourvu de toute signification. Un exemple pittoresque en est le « subotnik » ou samedi communiste de travail gratuit dans l'intérêt (?) de la collectivité.

⁵ Pour comprendre la situation, il faut savoir que chaque citoyen soviétique était pourvu d'une nationalité dépendant de celle de ses parents, qui pouvait être la nationalité juive, ce qui était le cas de Berezin dont la mère était juive; mais pour les antisémites de l'appareil, les moscovites portant un nom de famille à consonance germanique étaient tous considérés comme juifs, fussent-ils de nationalité russe.

Références

- [Ak] Akulov V., Non-linear way to supersymmetry and N -extended SUSY, hep-th/0104187
- [BA] Bachelard Gaston, étude sur l'évolution d'un problème de physique : la propagation thermique dans les solides (préf. de A. Lichnerowicz) J. Vrin (1973).
- [B-K] Berezin F.A., Kac G.I., Lie groups with commuting and anticommuting parameters, *Mat. Sb.* 82(3), 343-359 (1970). English translation in *Math. USSR-Sb.* 11, 311-325 (1971)
- [B-L] Berezin F.A., Leites D.A. : Supermanifolds. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 224(3), 505-508 (1975). English translation in *Soviet Math. Dokl.* 16, 1218-1222 (1975)
- [CE] Concise encyclopedia of supersymmetry and noncommutative structures in Mathematics and physics. Edited by Steven Duplij, Warren Siegel and Jonathan Bagger. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, (2004).
- [C-K-T-B] Cattaneo A., Keller B, Torossian C., Bruguières A., Déformation, Quantification, Théorie de Lie, *Panoramas et Synthèses 20*, Société Mathématique de France, Paris, (2005).
- [G] *Gazette des mathématiciens* : n° 8 février 77 (Chafarevich), n° 17 juillet 91 (T. Velikanova), n° 24 avril 84 (comité des mathématiciens)
- [G-L] Golfand Yu. A., Likhthman E. P., Extension of The Algebra of Poincaré Group Generators and Violation of P Invariance, *JETP Lett.* 13 :323-326, 1971, *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 13 :452-455 (1971).
- [K-R-T] Kassel C., Rosso M., Turaev V., Quantum groups and knot invariants, *Panoramas et Synthèses 5*, Société Mathématique de France, Paris, (1997).
- [Ki1] Kirillov A.A., Unitary representations of nilpotent Lie groups. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 138 1961 283284.
- [Ki2] Kirillov A A., Lectures on the orbit method., *Graduate Studies in Mathematics*, 64., American Mathematical Society, Providence, RI, (2004).
- [Ko] Kostant B., Graded manifolds, graded Lie theory, and prequantization. *Differential geometrical methods in mathematical physics* (Proc. Sympos. , Univ. Bonn, Bonn, 1975), pp. 177-306. *Lecture Notes in Math.*, Vol. 570, Springer, Berlin, (1977).
- [Kos] Koszul J.-L., Differential forms and near points on graded manifolds, *Symplectic geometry* (Toulouse, 1981), 55-65, *Res. Notes in Math.* , 80, Pitman, Boston, MA, (1983).
- [Kr] Kremontsov N., *Stalinist Science*, Princeton University Press (2001).
- [Li] Lichnérowicz A., Leçon inaugurale de la chaire de physique mathématique, Collège de France, (3 décembre 1952).
- [Ma] Malia M., La tragédie soviétique : histoire du socialisme en Russie, 1917-1991 / Ed. du Seuil, (1995).
- [Man] Manin Y.I., Géométrie algébrique. Partie I : Schémas affines, *Izdat. Moskov. Univ. Moscou* (1970).
- [MS] Modèle soviétique ; époque brejnevienne.
Fichier http://f.monthe.club.fr/Doctextes/Modele_sovietique.pdf,
http://www.google.com/search?q=cache:yR-qcZV0T04J:f.monthe.club.fr/Doctextes/Modele_sovietique.pdf+systeme+sovietique+Brejnev+%22restalinisation%22&hl=fr&gl=fr&ct=clnk&cd=3&lr=lang_fr&ie=UTF-8
- [N-K] Ne'eman Y., Kirsh Y., Les Chasseurs de particules, éditions Odile Jacob (1999).
- [Ne] Neretin Yu.A, Categories of symmetries and infinite-dimensional groups, Translated from the Russian by G.G. Gould, *London Mathematical Society Monographs. New Series 16*, Oxford Science Publications. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, (1996).
- [R] Rovelli C., Notes for a brief history of quantum gravity/ gr-qc/0006061.
- [SS1] Salam A., Strathdee, J.A., Supergauge transformations. *Nucl. Phys.* B76 : 477-482, (1974).
- [SS2] Salam A., Strathdee J.A., On Superfields And Fermi-Bose Symmetry, *Phys. Rev.* D11 :1521-1535, (1975).
- [Sa] Saul M., Kerosinka : an episode in the history of Soviet mathematics, *Notices Amer. Math. Soc.* 46, n° 10, 1217-1220, (1999).

- [Sh] Shen A., Entrance examinations to the MekhMat., *Math. Intelligencer* 16 n° 4, 6–10 (1994).
- [So] Souriau J.-M., Structure des systèmes dynamiques, Maîtrises de mathématiques, Dunod, Paris (1970).
- [V-A] Volkov D., Akulov V., JETP Lett, v16, p. 621 (1972) ; Phys. Lett. B46, p. 109 (1973).
- [V1] Vershik A. (éditeur), Summa za svobodnuiu mysl' [Somme pour une pensée libre], Zvezda Ed, St-Petersbourg, (2002).
- [V2] Vershik A., Admission to the Mathematics Faculty in Russia in the 1970s and 1980s, *Math. Intelligencer* 16 n° 4, 4–5 (1994).
- [W-Z] Wess J., Zumino B., Supergauge Transformations In Four-Dimensions, published in *Nucl. Phys.*, B70 :39-50, (1974).
- [Wh] Wheeler J.A., Superspace, (1970), In Gilbert and Newton, Analytic Methods In Mathematical Physics, 335-378, New York (1970).

Brève biographie scientifique de F.A. Berezin¹

Robert A. Minlos²

L'œuvre scientifique de F.A. Berezin — un aperçu des travaux de F.A. Berezin, l'interprétation moderne de la physique mathématique

Au cours d'une vie relativement brève (il mourut dans un accident avant l'âge de cinquante ans), F.A. Berezin eut une activité très productive en mathématiques et physique mathématique. Il ne s'est pas contenté de marquer profondément plusieurs domaines des mathématiques qui existaient déjà auparavant (théorie des représentations de groupes, théorie spectrale des opérateurs, mécanique quantique, physique statistique, théorie quantique des champs constructive), mais il fut aussi à l'origine de nouveaux concepts, méthodes et théories : une approche générale du problème de la quantification, la construction du formalisme de seconde quantification en termes d'intégrales fonctionnelles, qui deviendra par la suite le calcul des symboles (à l'origine de la théorie des opérateurs pseudodifférentiels), et finalement (et ce fut sa réalisation la plus importante et la plus longuement mûrie) la théorie de la supersymétrie et des supervariétés, que les mathématiciens désignent généralement maintenant par le terme supermathématiques. Nous discuterons plus loin de tout cela en détail.

J'aimerais seulement souligner ici que ce qui donne peut-être toute sa valeur et toute son importance au parcours scientifique de Berezin, ce ne sont pas tant ses résultats effectifs que son obstination à suivre sa propre direction de recherches, axée principalement sur la physique mathématique. Il fut l'un des rares scientifiques qui firent de la physique mathématique ce qu'elle est devenue aujourd'hui. En effet, jusqu'à la fin des années 1950, l'expression physique mathématique était, du

¹ Traduit de l'anglais par Claude et Danielle Roger - Article paru dans : *Contemporary mathematical physics*, p. 1-13, AMS Translations Serie 2, n° 175 (1996), repris dans *Letters in Mathematical Physics* 74, p. 5-19 (2005).

² Laboratoire de Mathématiques Dobrushin, Institut des Problèmes de Transmission de l'Information, Académie des Sciences de Russie, Moscou.

moins en Russie, associée essentiellement à l'étude de types particuliers d'équations différentielles issues des théories physiques (équation des ondes, équation de la chaleur, etc.). Berezin fut l'un des premiers à remarquer que, de même que, selon le vieil adage, les vieux tonneaux ne sont pas trop vieux pour le vin nouveau, le terme « physique mathématique » devrait s'appliquer à une classe bien plus large de problèmes mathématiques : plus précisément à toutes les théories et structures mathématiques qui sont nées des tentatives pour comprendre et clarifier les théories physiques fondamentales (physique quantique, cinétique, physique statistique, gravitation).

La physique mathématique actuelle s'est considérablement développée précisément selon cette approche, attirant de nombreux mathématiciens (et même quelques physiciens), alors qu'il y a quelques 35-45 ans, au tout début du parcours scientifique de Berezin, la quasi totalité des physiciens considéraient cette activité avec un dédain à peine déguisé, tandis que les mathématiciens s'en désintéressaient ouvertement. Il a fallu à Berezin, conscient d'être totalement incompris, et en souffrant secrètement, une forte dose de courage et de détermination pour persévérer dans cette direction.

Telles sont, esquissées à grands traits, les principales motivations internes de l'œuvre mathématique de F.A. Berezin.

Les années de jeunesse de Berezin — sa famille, les années d'école et d'université, comment il ne peut faire d'études de doctorat

Alik (Felix Alexandrovitch) Berezin naquit le 25 avril 1931 à Moscou d'une famille intellectuelle typique : son père était économiste, sa mère médecin. Les parents d'Alik se séparèrent rapidement, et il fut élevé par sa mère et ses grands-parents maternels. En 1948, après avoir obtenu le diplôme terminal des études secondaires, il entra comme étudiant de première année à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques de l'Université d'État de Moscou.

Son intérêt pour les mathématiques s'était révélé beaucoup plus tôt. Dès la huitième, il participa aux Olympiades mathématiques scolaires, des concours particulièrement ardues de résolutions de problèmes mathématiques, qui sont organisés chaque printemps à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques par des jeunes gens passionnés de mathématiques (des étudiants de 2^e et 3^e cycles pour la plupart). Ces derniers proposaient aussi chaque semaine des cercles mathématiques, en quelque sorte des séminaires de maths pour débutants, où l'on exposait d'élégantes démonstrations de théorèmes, voire des fragments de théories mathématiques accessibles à des lycéens, et où l'on discutait de problèmes difficiles qui étaient résolus en séance. Alik Berezin participa aux travaux d'un tel cercle dirigé par E.B. Dynkin, à l'époque encore étudiant de 3^e cycle.

Au cours de ses premières années à l'université, il prit également part au séminaire de Dynkin à l'intention des étudiants de licence, qui était en quelque sorte la continuation du cercle pour lycéens. Ce séminaire avait deux thèmes principaux (algèbre et probabilités), correspondant aux deux principaux axes de recherche de E.B. Dynkin à l'époque.

Berezin était davantage intéressé par l'algèbre, et bénéficia d'une solide initiation à cette matière, ce qui devait lui être d'une grande utilité dans ses travaux ultérieurs. Au cercle mathématique, et plus tard au séminaire de Dynkin, Berezin

fit rapidement la connaissance de plusieurs mathématiciens prometteurs qui étaient à l'époque ses condisciples à la Faculté (R. Dobrouchine, S. Kamennomostkaya, F. Karpelevitch, R.A. Minlos, I. Schapiro-Pyatetski, N. Vvedenskaya, A. Youchkevitch). Ces collègues, dont beaucoup allaient devenir ses amis pour la vie, devaient jouer un rôle important dans son existence. Quelques années plus tard, Alik Berezin, alors étudiant de maîtrise, se mit à participer au célèbre séminaire Gelfand, et tomba pour une longue période sous l'influence d'Israël Gelfand. C'est dans le cadre de ce séminaire qu'il écrivit sa première publication importante sur la théorie de la représentation des groupes (cf. ci-dessous).

En 1953, Berezin obtint le diplôme de la Faculté de Mécanique et de Mathématiques de l'Université de Moscou. Bien que, dès cette époque, il ait fait ses preuves comme jeune mathématicien de talent (il était de toute évidence l'étudiant le plus brillant de sa promotion), il ne fut pas proposé pour les études doctorales : à la fin de la vie de Staline, la politique officielle était devenue ouvertement antisémite, et ce droit lui fut automatiquement refusé car sa mère était juive (à cette époque, les personnes de nationalité juive ne pouvaient pratiquement même plus entrer en première année à l'université de Moscou). Pendant trois ans, Berezin enseigna les mathématiques dans un lycée de Moscou, tout en poursuivant sa participation au séminaire Gelfand et ses recherches en théorie des représentations. En 1956, avec l'arrivée de la libéralisation krouchtchévienne, l'atmosphère à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques s'améliora quelque peu, si bien qu' I.G. Petrovski, à l'époque Recteur de l'Université, réussit, sur l'insistance de I.M. Gelfand, à trouver un emploi pour Berezin à la Chaire de Théorie des Fonctions et d'Analyse Fonctionnelle. Berezin n'avait que 25 ans et devait y travailler jusqu'à la fin de sa vie.

Premières années en fonction à l'université — la Chaire de Théorie
des Fonctions et d'Analyse Fonctionnelle dans les années 50 et 60,
les débuts de la physique mathématique, premiers travaux de recherche,
Berezin l'enseignant

Les premières années de la carrière de Berezin se déroulèrent dans le climat tout à fait exceptionnel de renouveau intellectuel et spirituel qui caractérisait la Faculté de Mécanique et de Mathématiques à la fin des années 50 et au cours des années 60, et particulièrement à la chaire où exerçait Alik. Jusqu'au milieu des années 50, la chaire, dirigée depuis de nombreuses années par le merveilleux D.E. Menchov, d'une adorable ingénuité, était composée en majeure partie de spécialistes de théorie des fonctions d'une variable réelle ou complexe (D.E. Menchov, N.K. Bari, A.I. Markouchevitch). Au cours des années qui suivirent, leur groupe s'élargit encore à plusieurs experts reconnus (P.L. Oulianov, B.V. Chabat, A.G. Vitouchkine, A.A. Gonchar, E.P. Doljenko et leurs élèves), mais c'est dans le domaine de l'analyse fonctionnelle, sous la conduite d'I. M. Gelfand, que la chaire connut le développement le plus considérable. C'est ainsi que R.A. Minlos fut recruté en même temps que Berezin, puis peu après G.E. Chilov, suivi par son élève A.G. Kostouchenko. Quelques années plus tard, il y avait là un groupe important d'élèves brillants d'I.M. Gelfand et G.E. Chilov (A.A. Kirillov, V.P. Palamodov, E.A. Gorin, et d'autres). Au début des années 60, le professeur B.M. Levitan fut invité à la

chaire, et pendant plusieurs années S.V. Fomine et V.M. Tikhomirov y menèrent leurs travaux.

Ainsi, grâce aux efforts de I.M. Gelfand et G.E. Chilov et au soutien de I.G. Petrovski, la chaire rassembla un groupe d'analystes de premier ordre ; aucune autre université au monde ne pouvait se vanter d'une équipe de ce niveau. Celle-ci, renforcée au fil des années par de bons spécialistes du domaine, perdura presque sans changement jusqu'au début des années 90, au cours desquelles la désagrégation progressive de la Faculté (qui avait commencé à la fin des années 60 et pendant les années 70 sous le décanat de P.M. Ogibalov), jusque-là latente, devint évidente. La chaire perdit naturellement plusieurs membres au cours de cette longue période : G.E. Chilov mourut en 1975, Berezin en 1980. Quant à I.M. Gelfand, il cessa de fait de s'intéresser aux affaires de la chaire vers la fin des années 60. Mais dans les années 50 et 60, l'intensité de la vie scientifique, l'arrivée d'étudiants de 2^e et 3^e cycles jeunes et talentueux, créaient une atmosphère stimulante et bénéfique pour la recherche.

En 1957, Berezin soutint sa thèse de « candidat » qui incluait son article sur les opérateurs de Laplace sur les groupes de Lie semi-simples ; cet article contenait le résultat remarquable suivant : la description de toutes les représentations irréductibles de dimension infinie des groupes de Lie complexes semi-simples dans les espaces de Banach. En langage moderne, le théorème de Berezin peut s'énoncer ainsi : « toute représentation irréductible du groupe G est isomorphe à un sous-facteur d'une représentation élémentaire » (c'est-à-dire une représentation induite par un caractère de dimension un d'un sous-groupe de Borel). La profondeur de ce résultat se reconnaît à ce que l'étape suivante se fit attendre pendant vingt ans, c'est-à-dire lorsque D.P. Jelobenko et M. Duflo obtinrent une classification explicite de toutes les représentations irréductibles en précisant quels étaient les sous-facteurs des représentations élémentaires équivalents entre eux.

En 1956, Berezin, sur le conseil de I.M. Gelfand, entreprit l'étude approfondie de la théorie quantique des champs, et ce fut le point de départ de ses travaux en physique mathématique. Au cours de la première phase de ces travaux, de la seconde moitié des années 50 jusqu'au milieu des années 60, Berezin réfléchit beaucoup à la théorie spectrale, et plus particulièrement la théorie de la diffusion pour l'opérateur de Schrödinger. De cette réflexion sont issus peu de résultats décisifs, que l'on trouve dans plusieurs de ses articles traitant de cas particuliers (voir [2-5]), mais les observations, les réflexions et les idées nées de ces travaux eurent une influence significative sur d'autres mathématiciens et physiciens qui étaient en contact avec lui, et à la longue, elles menèrent à la compréhension du problème quantique à N corps du point de vue de la description spectrale et de la théorie de la diffusion, c'est-à-dire conformément à la conception actuelle (voir [6]).

En même temps que Berezin, d'autres jeunes mathématiciens de Russie entreprirent d'étudier des problèmes connexes (L. Faddeev, V.P. Maslov, R.A. Minlos, G.M. Jislin), initiant ainsi le mouvement, évoqué plus haut, des mathématiciens vers la physique mathématique. Les membres de ce cercle avaient de nombreuses discussions et considéraient avec raison Alik Berezin comme leur chef de file. La coopération entre Berezin et L.D. Faddeev fut particulièrement fructueuse ; l'influence d'Alik sur ce dernier était apparemment très forte. Plus tard, au milieu des années 50, leurs sujets de recherche divergèrent et leur esprit de camaraderie

pâlit quelque peu, mais le souvenir de cette période reste bien vivace chez certains d'entre nous. Au tout début des années 1960, Berezin écrivit son fameux article sur le formalisme de seconde quantification, qu'il reprendra plus tard dans son livre : *The Method of second Quantization*³ [7]. Ce formalisme, longtemps utilisé par les physiciens, s'appuie sur la représentation des opérateurs linéaires agissant dans l'espace dit de Fock sous la forme de fonctions (en général polynomiales) de certains générateurs spéciaux de l'algèbre de tous les opérateurs de ce type, opérateurs dits de création et d'annihilation. Berezin donna à ce calcul une forme très élégante en attribuant à tout polynôme de ce type une fonctionnelle polynomiale sur l'algèbre des fonctions (dans le cas d'un espace de Fock symétrique) ou sur l'algèbre de Grassmann (dans le cas d'un espace de Fock antisymétrique), de telle sorte que pour les opérations avec des opérateurs (multiplication, dualisation, transformations provenant de changements de variables canoniques), les fonctionnelles correspondantes subissent des transformations bien connues des mathématiciens : dérivation, multiplication, changement de variable, intégration continue. Cette méthode fut appliquée par Berezin et ses élèves à l'étude de certains modèles de théorie quantique des champs en dimension un : le modèle de Thirring (dans le cas de masse nulle comme dans le cas de masse positive), l'équation de Schrödinger non linéaire deux fois quantifiée (voir [8-10]). Notons que ces articles eurent une influence significative sur le développement de la théorie quantique des champs constructive contemporaine.

L'article sur la seconde quantification constitua la partie essentielle de la thèse de doctorat de Berezin, qu'il soutint avec succès à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques en 1965. L'étude de Berezin sur la seconde quantification eut plusieurs conséquences scientifiques importantes. Tout d'abord, elle stimula en le renouvelant l'intérêt pour le vieux problème de la représentation des relations de commutation et d'anticommutation (à ce propos, voir l'aperçu de V.Ya. Golodet's dans les *Uspekhi*[11]).

Un autre problème qui émergea en partie de l'étude de la seconde quantification et que Berezin développa durant de nombreuses années, c'est celui de la compréhension générale de la procédure de quantification. Bien que Berezin ait travaillé sur ces questions dès le milieu des années 60, la conception qu'il en a s'exprime le mieux dans une série d'articles parus en 1973 et 1976 (voir [12-14]). L'idée principale de ces articles, suivant la quantification, a la signification mathématique précise suivante : l'algèbre des observables quantiques est une déformation de l'algèbre des observables classiques, et le paramètre de déformation est la constante de Planck, alors que la direction de la déformation (la dérivée première en 0 par rapport au paramètre) est le crochet de Poisson. Dans le cas d'un espace de phase plat, ce point de vue équivaut au point de vue courant. Dans les autres cas, il conduit à une nouvelle théorie. En particulier dans ses articles aux *Izvestia* [12,13], Berezin considéra le cas où l'espace de phase se décrit par un domaine symétrique homogène dans un espace complexe. Il découvrit un phénomène intéressant : l'ensemble des valeurs possibles de la constante de Planck est discret et borné supérieurement.

Bien plus tôt, au cours de la seconde moitié des années 60, en rapport avec son travail sur la seconde quantification, Berezin avait publié un article [15] où il étudiait la représentation des opérateurs dans les espaces de Hilbert en utilisant

³ Titre original : *Metod vtorichnogo kvantovaniya*

divers systèmes de générateurs dans l'algèbre de ces opérateurs (pq-symboles, qp-symboles, symboles de Weyl, symbole de Wick utilisé couramment en seconde quantification). Remarquons que, sous bien des aspects, cet article est très proche de la théorie des opérateurs pseudodifférentiels, qui est apparue à cette époque et qui joue maintenant un rôle important en physique mathématique. Ainsi beaucoup d'idées cruciales de cette théorie ont émergé de manière indépendante dans les travaux de Berezin, mais, malheureusement, l'importance du travail de Berezin à cet égard n'a pas été comprise à l'époque.

Un exemple concret de l'activité de Berezin dans ce domaine, qui l'a amené à découvrir des objets mathématiques tout à la fois beaux et importants, est son approche de l'étude de l'inégalité de Feynman (1),

$$Sp(e^{-t\hat{H}}) < (2\pi)^{-n} \int_{\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n} e^{-tH(p,q)} dpdq,$$

où $H(p, q) = p^2 + V(q)$, $V(q)$ est le potentiel, tandis que $\hat{H} = -\Delta + V(q)$ est le Hamiltonien quantique correspondant, c'est-à-dire l'opérateur de Schrödinger agissant sur $L_2(\mathbb{R}^n)$. Berezin voulait comprendre pour quels hamiltoniens \hat{H} plus généraux cette inégalité restait valable. Il s'aperçut que la réponse dépendait de la quantification choisie, c'est-à-dire de la correspondance entre H et \hat{H} . Il en déduisit finalement que, pour tout opérateur \hat{H} , les inégalités suivantes étaient vérifiées (2) :

$$(2\pi)^{-n} \int_{\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n} e^{-tH_W(p,q)} dpdq \leq Sp(e^{-t\hat{H}}) < (2\pi)^{-n} \int_{\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n} e^{-tH_{aW}(p,q)} dpdq,$$

où $H_W(p, q)$ est le symbole de Wick de l'opérateur \hat{H} , alors que $H_{aW}(p, q)$ est son symbole anti-Wick, introduit pour la première fois par Berezin en relation avec l'inégalité (2). Dans l'article [16], il démontre que l'exposant e^{-t} de (2) peut être remplacé par n'importe quelle fonction concave. Plus tard, l'inégalité (2) et sa généralisation décrite ci-dessus furent étendues au cas où, au lieu de H_W et H_{aW} , on considère les symboles covariants et contravariants introduits par Berezin dans [17], et qui sont définis par un système complet de vecteurs dans l'espace de Hilbert. Le schéma abstrait pour l'introduction de ces symboles dans [17] fut utilisé ultérieurement par Berezin pour la construction de la quantification sur les variétés kähleriennes.

De plus, dans les articles [16] et [17] déjà, Berezin se servit d'inégalités analogues à (2) pour obtenir des asymptotiques spectrales variées pour l'opérateur \hat{H} pour des valeurs suffisamment grandes du paramètre spectral, ainsi que des asymptotiques semi-classiques. En particulier l'article [16] contient la première preuve rigoureuse des asymptotiques semi-classiques pour la fonction de distribution des valeurs propres de hamiltoniens suffisamment généraux.

Voilà quels furent les principaux thèmes des recherches d'Alik Berezin dans les années 1950 et 1960. Nous reviendrons plus loin à l'exposé de ses résultats ultérieurs.

Mais pour mieux évaluer le rôle joué par les travaux de physique mathématique présentés ci-dessus, nous devons aussi examiner les activités pédagogiques (au sens large) de Berezin. En effet, il s'efforçait patiemment de développer chez les physiciens avec lesquels il était en contact le goût et le sens de la pensée mathématique et de l'élégance des déductions abstraites, et il montrait comment les appliquer à

des problèmes spécifiques. Berezin maîtrisait parfaitement le langage et le style de pensée souple des physiciens (pour ainsi dire, « galopant »), dialoguant facilement avec eux selon leur mode, donnant ainsi un bel exemple à ses collègues et à ses élèves. Il prenait plaisir à donner des cours de mathématiques à des physiciens. Il fallait plus encore de patience et de travail pour intéresser les mathématiciens à la physique, pour surmonter le préjugé profondément enraciné qui leur fait considérer la physique comme une science au-delà de l'intelligible. Pendant plus de 20 ans, Berezin dirigea un séminaire de physique mathématique et d'analyse fonctionnelle à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques de l'Université de Moscou, seul ou en collaboration. Ce séminaire était bien connu des jeunes physiciens et mathématiciens : plusieurs scientifiques de premier ordre se formèrent en son sein, et nombre d'articles remarquables y furent écrits. À différentes reprises, il dirigea aussi des séminaires en théorie des représentations et en analyse fonctionnelle, et donna des cours de mécanique quantique, physique statistique, théorie quantique des champs, et intégrales de chemin. Ses cours de physique statistique et de mécanique quantique furent publiés sous forme polycopiée. Juste avant sa mort, il avait entrepris de réviser ces derniers ; ce travail fut achevé par M.A. Shubin à partir des notes laissées par Berezin [18].

Berezin aimait beaucoup discuter avec ses élèves, collègues et amis, et il publia beaucoup d'articles en collaboration. Ses coauteurs au cours de toutes ces années furent I.M. Gelfand, V.L. Golo, R.I. Karpelevitch, G.I. Kac, D.A. Leites, M.S. Marinov, A.M. Perelomov, G.P. Pokhil, V.S. Retakh, Ya. G. Sinai, L.D. Faddeev, I.I. Shapiro-Pyatetski, M.A. Shubin, V.M. Finkelberg.

La dernière période — Les grandes heures de la physique mathématique, chacun suit sa propre voie, les supermathématiques et autres sujets

Au cours des années 60, le champ des idées qui intéressaient les chercheurs en physique mathématique s'élargit constamment, et au début des années 70, il était devenu trop vaste pour être maîtrisé par un seul individu. Cette période (du milieu des années 60 au milieu des années 70) fut réellement l'époque héroïque de l'histoire de la physique mathématique, non seulement en Russie mais dans le monde entier : les progrès réalisés en théorie des transitions de phase, dans la théorie générale des champs de Gibbs, la révolution markovienne en théorie des champs constructive, les nouvelles méthodes introduites dans l'étude des systèmes intégrables à une dimension, le groupe de renormalisation et le programme de Wilson pour l'étude des phénomènes critiques, la naissance des supermathématiques (dont nous parlerons ci-dessous), ne sont que quelques-uns des thèmes les plus remarquables de cette période. Bien entendu, un développement aussi radical de la physique mathématique et la multiplication de ses partisans (qui aurait difficilement semblé possible dans les années 50) entraînèrent naturellement une diversification des intérêts de recherche ; les chercheurs en physique mathématique se dispersèrent progressivement pour reformer plusieurs groupes déconnectés, chacun rassemblé autour de son propre maestro. Berezin devint l'un de ces chefs de file et durant toute cette période travailla au sein du cercle beaucoup plus étroit de ses plus proches collaborateurs et de ses élèves. Cet isolement relatif n'avait pas seulement une cause externe mais aussi une profonde motivation interne. C'est à cette époque-là que l'approche générale de la construction des supermathématiques est

devenue claire pour Berezin, et sa mise au point l'a occupé pendant la majeure partie des années 70. Cette approche le plongeait dans une sorte de folie douce, une barrière psychologique qui était des plus difficiles à surmonter. Ceci explique le faible nombre de personnes à qui Berezin était disposé à révéler ses projets.

Nous sommes maintenant arrivés au point de notre exposé où il nous faut décrire plus en détails cette dernière période, la plus significative de la carrière scientifique de Berezin. Même si il y avait aussi d'autres sources, c'est à partir de son travail sur la seconde quantification que Berezin est venu aux supermathématiques, comme dans beaucoup d'autres cas. Le calcul formel dans l'algèbre de Grassmann, qui fut développé par Berezin en relation avec le formalisme de la seconde quantification dans l'espace de Fock antisymétrique, l'amena à penser qu'il existe un analogue non trivial de l'analyse dans lequel le rôle des fonctions est joué par des éléments de l'algèbre de Grassmann [7,19-21], c'est-à-dire un calcul dans lequel les variables anticommutantes et les variables commutantes jouent chacune leur rôle simultanément. Il ne cessa de promouvoir cette idée et rassembla soigneusement des exemples et des constructions à l'appui.

La première construction, c'est-à-dire l'intégrale de Berezin en variables anticommutantes, reste encore la plus frappante de la nouvelle théorie, la plus compliquée et la plus difficile à comprendre réellement, bien que sa formulation soit tout à fait simple (voir [7]). Cette construction est étroitement liée à une autre, également découverte par Berezin et qui porte maintenant son nom, le bérézinien. Dans [20], Berezin développa le cas principal (dans lequel toutes les variables sont impaires), et en 1971 proposa, dans une lettre adressée à G.I. Kac, une formule générale hypothétique pour le bérézinien, formule qui fut établie ultérieurement par son étudiant en thèse V.F. Pakhomov.

Le résultat final de la coopération entre Berezin et Kac fut leur article en collaboration [21]. Ses résultats sont proches de ceux obtenus par Milnor, Moore et Quillen dans les années 1960, mais Berezin et Kac traitent les algèbres de Hopf comme des supergroupes de Lie formels et montrent les relations entre les supergroupes de Lie formels et les superalgèbres de Lie, généralisant l'application exponentielle et la théorie de Lie. Cet article pose pour la première fois le problème de construire de manière globale des superalgèbres de Lie et non plus seulement en tant qu'objet formel. Au bout de deux ans, ce problème était résolu.

Enfin, un dernier concept essentiel de la théorie, la notion de supervariété, fut défini par Leites [22] à partir d'une idée proposée par Berezin [23]. La construction des supervariétés s'effectue selon les principes de la géométrie algébrique (en étudiant la variété au moyen de l'algèbre locale des fonctions différentiables sur cette variété), la seule différence étant que dans le cas des supervariétés on doit utiliser des superalgèbres (voir l'aperçu de Berezin [24]).

Dans les années 70, les idées pionnières de Berezin se répandirent, et les groupes de supersymétrie, c'est-à-dire les supergroupes de Lie de transformation du « superspace-temps », commencèrent à apparaître dans les travaux des physiciens. Grâce aux travaux de Yu.A. Golfand et E.P. Lichtman, D.V. Volkov et V.A. Akoulov, J. Wess et B. Zumino, V.I. Ogievetski, et beaucoup d'autres, il devint clair que les supervariétés fournissaient un langage approprié à la formulation d'une théorie des champs unifiée. Cela est lié à l'hypothèse fondamentale suivante sur la structure de l'espace-temps : l'espace-temps est une supervariété dont chaque

point est un espace-temps ordinaire, alors que le groupe de transformation est le supergroupe extension du groupe de Poincaré par des générateurs impairs.

Au cours de la dernière année de sa vie, Berezin entreprit d'écrire sur les supermathématiques un livre qu'il ne devait pas terminer. Ce livre fut achevé par V.P. Palamodov, en utilisant les notes et les brouillons laissés par Berezin (voir [25]).

Nous approchons de la fin de notre exposé sur l'œuvre mathématique de Berezin, et nous aimerions dire quelques mots de deux autres sujets de physique mathématique auxquels Berezin s'est intéressé à plusieurs reprises. Il espérait (comme beaucoup d'autres) parvenir à construire une théorie quantique des champs non contradictoire. On peut dire sans exagération qu'il considérait presque tout son travail (sur le problème à N corps, la quantification, la superanalyse) comme une suite de jalons menant vers la solution de ce difficile problème. Il y réfléchissait et avait déjà quelques idées; par exemple il pensa longtemps que la procédure de renormalisation en théorie quantique des champs pouvait être correctement interprétée dans le cadre de la théorie des extensions : considérant que le Hamiltonien originel n'est bien défini que comme opérateur symétrique sur un sous-ensemble approprié de l'espace de Fock, alors que le véritable Hamiltonien peut être obtenu comme son extension auto-adjointe. Cette idée fut joliment illustrée dans son article en collaboration avec L.D. Faddeev sur l'interaction de type δ de deux particules quantiques [4]. Son propre article sur le modèle dit « de Lie » est fondé sur la même idée [26]. Dans ce dernier, Berezin se sert de l'idée de Heisenberg selon laquelle ce modèle devrait être étudié dans un espace à métrique indéfinie et construisit le Hamiltonien du modèle de Lie comme une extension d'un opérateur symétrique à un espace à métrique indéfinie. Beaucoup pensent que cette approche peut se révéler utile dans la théorie quantique contemporaine des champs de jauge, qui exige l'introduction d'une métrique indéfinie.

Dans les années 60, Berezin s'occupa assez souvent de physique statistique. En 1965 fut publié son article en collaboration avec Ya.G. Sinai sur l'existence d'une transition de phase dans les structures ferromagnétiques sur réseau avec interaction finie [27]. Au cours des années suivantes, Berezin tenta à plusieurs reprises de trouver des solutions explicites pour le modèle d'Ising à trois dimensions, en utilisant de nouveau les techniques de seconde quantification (qu'il aimait beaucoup et considérait apparemment comme une approche universelle). Plusieurs résultats en ce sens furent publiés dans [28,29]. Malheureusement, les avancées importantes de la physique statistique à la fin des années 60 et au début des années 70, et les progrès concomitants en théorie constructive des champs échappèrent pratiquement à son attention. Au cours des années 70, il ne revint jamais vers ce sujet.

Telle fut, dans ses grandes lignes, la trajectoire scientifique de F.A. Berezin.

Le statut social et politique de Berezin et sa situation à la Faculté
la vie à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques : Berezin vu comme
un corps étranger par tous les pouvoirs, la loi du Parti dans la Faculté,
l'histoire de l'opéra, la lettre au Recteur R.V. Khokhlov

Il est difficile d'apprécier la carrière scientifique de Berezin, aussi bien que celle de tout autre scientifique reconnu et intègre exerçant en Russie à l'époque, en dehors du contexte scientifique, social et politique de son travail, sans prendre en considération sa propre situation sociale et politique.

Nous avons eu l'occasion de mentionner précédemment l'atmosphère scientifique remarquable qui régnait dans la Faculté de Mécanique et de Mathématiques de l'Université de Moscou à la fin des années 50 et dans les années 60. Cette atmosphère, en dépit du « serrage de vis » ultérieur (cf. ci-dessous) ne disparut pas totalement avant le début des années 90. Chaque année, des dizaines de séminaires scientifiques se tenaient régulièrement sur divers thèmes de mathématiques et de mécanique à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques, et on y donnait à peu près autant de cours optionnels. Les objectifs et les niveaux de ces séminaires et de ces cours pouvaient être très différents, mais la plupart d'entre eux visaient à compléter les connaissances des étudiants de 2^e et 3^e cycles. Pour plus de clarté, il est utile de comprendre comment fonctionne traditionnellement le système d'enseignement à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques : il y a un syllabus comprenant 10 à 12 cours obligatoires qui s'étalent habituellement sur deux (voire trois) semestres. En règle générale, en complément de ces cours, sont organisées des séances d'exercices, où des groupes plus réduits d'étudiants doivent résoudre des problèmes illustrant le contenu du cours. Par ailleurs, les séminaires et les cours optionnels évoqués plus haut sont entièrement facultatifs et choisis directement par les étudiants eux-mêmes ou d'après les suggestions de leurs tuteurs scientifiques (le syllabus fixant seulement le nombre minimum de ces cours et séminaires).

En plus de ces séminaires pédagogiques, la Faculté organisait traditionnellement plusieurs séminaires de recherche de très haut niveau, qui rassemblaient des mathématiciens avancés, et où l'on débattait des résultats les plus récents du sujet en question. Naturellement ces séminaires de recherche étaient fréquentés régulièrement par de nombreux étudiants de 3^e cycle et par les plus avancés des étudiants de 2^e cycle, et constituaient pour eux une excellente formation. Nous avons déjà mentionné deux de ces séminaires : le célèbre séminaire de I.M. Gelfand et celui de physique mathématique et analyse fonctionnelle dirigé à la fin des années 50 et au début des années 60 par Berezin en collaboration avec R.A. Minlos. Il y avait aussi un autre séminaire bien connu de physique mathématique, qui fonctionnait à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques depuis 1962 (et qui existe encore maintenant -1994), dirigé par R.L. Dobrouchine, V.A. Mal'ychev, R.A. Minlos et Ya. G. Sinaï, et traditionnellement consacré à la physique statistique. La physique mathématique (du point de vue de ses aspects géométriques et de la théorie des systèmes intégrables) était également le thème du célèbre séminaire dirigé par S.P. Novikov qui a fonctionné à la Faculté pendant de nombreuses années.

Tous ces séminaires, de même que plusieurs autres qui se tenaient à la Faculté, étaient mondialement connus, et beaucoup de scientifiques (de Russie ou de l'étranger) se faisait un devoir d'y assister et/ou d'y donner un exposé. On se souvient de cette atmosphère unique de liberté et de sérieux dans la discussion qui

était de règle à tous les exposés de ces séminaires : chaque participant s'efforçait de comprendre l'orateur de manière approfondie, l'exposé pouvait être interrompu à tout moment par une question, une explication, ou tout un flot de commentaires improvisés provenant d'un des participants. Il n'y avait pas la moindre trace de hiérarchie, et tout participant qui avait quelque chose à dire sur le sujet en question pouvait venir au tableau (parfois même en cours d'exposé) pour se faire entendre. Une attitude de respect et de considération pour tous les participants était de règle. Ces discussions, spontanées et passionnantes, souvent épicées de plaisanteries pleines de finesse, étaient vraiment de premier ordre pour l'esprit, et constituaient peut-être l'apport le plus précieux des séminaires. Elles conduisaient souvent à une compréhension nouvelle du problème débattu, parfois même inattendue pour l'orateur, et faisaient émerger des idées et des questions nouvelles qui plus tard mèneraient à des travaux de recherche sérieux. C'était à la fois très important pour les participants les plus jeunes, pour les habituer au comportement adapté à une recherche productive et aux relations entre chercheurs, et cela enchantait les visiteurs étrangers, ennuyés par l'étiquette rigide de leurs propres séminaires. Un collègue italien, qui vécut longtemps à Moscou et venait régulièrement au séminaire de physique statistique (et parfois, par pure curiosité, se rendait aux réunions politiques qui avaient lieu de temps en temps à la Faculté), déclara en matière de plaisanterie que ces séminaires lui rappelaient les réunions politiques à l'Université de Rome, tandis que, à l'inverse, nos réunions politiques lui rappelaient les séminaires scientifiques de Rome, épouvantablement ennuyeux.

Parmi les événements importants de la vie mathématique moscovite, il y avait aussi les sessions de la Société mathématique de Moscou, particulièrement dans les années 70 et 80, lorsque I.M. Gelfand en devint le Président et réussit à dynamiser remarquablement son activité. Chaque session de la Société était consacrée à une conférence préparée avec soin sur quelque nouveau sujet mathématique d'intérêt. Cette conférence était habituellement donnée par le meilleur spécialiste de la question. Les sessions étaient suivies très largement par les mathématiciens les plus jeunes comme par les chercheurs les plus expérimentés.

Parmi les conditions exceptionnelles de recherche à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques, il faut aussi mentionner la riche bibliothèque universitaire, en particulier sa section mathématique, qui jusqu'à une date récente recevait systématiquement les publications mathématiques publiées en Russie, et la plupart des revues majeures d'Europe, d'Amérique et du Japon.

Toutefois, en dépit des excellentes conditions de travail à la Faculté, la vie de Berezin à la Faculté de Mécanique et de Mathématiques ne s'est pas déroulée sans heurts. Nous avons déjà mentionné la discrimination dont il fut victime à propos de ses études doctorales.

Le dégel de la période Krouchtchévienne lui donna l'occasion de revenir à l'université et d'y rester. Cependant, dans son travail, Berezin fut souvent confronté à diverses obstructions extérieures, à une sorte d'injustice préprogrammée, inhérente au système lui-même. Les discriminations et obstructions, qui s'aggravèrent de façon notable au cours des années 70, lui rendirent souvent la vie malheureuse. Pour tenter de faire comprendre le mécanisme d'oppression qui s'exerçait sur Berezin de manière insidieuse, je devrais peut-être expliquer la répartition traditionnelle du pouvoir qui était en vigueur jusqu'à la fin du régime soviétique à la Faculté de Mécanique et

de Mathématiques. Une partie importante du pouvoir appartenait à ce que l'on appelait Bureau du Parti, le groupe exécutif de l'organisation du Parti communiste dans la Faculté. Le Bureau du Parti consistait principalement en fonctionnaires improductifs et stériles qui avaient trouvé dans le Parti un havre et une justification de leur propre nullité. Ces gens étaient d'habitude malveillants (et en règle générale antisémites) et exerçaient leur malveillance à l'encontre des chercheurs vraiment actifs de la Faculté (particulièrement si ces derniers étaient juifs). Bien sûr, la malveillance du Bureau du Parti était en partie compensée par certaines règles et traditions positives, aussi bien que par l'influence et les prérogatives administratives du Conseil scientifique (et parfois par le bureau du doyen), composé en majorité de véritables chercheurs. Pendant la période du libéralisme khrouchtchévien et les premières années de l'ère post-khrouchtchévienne, alors que les caciques du parti étaient encore dans un état d'indécision relative, l'influence de ce qu'on pourrait appeler le Parti scientifique grandit notablement. Ce fut particulièrement le cas pendant le décanat de N.V. Efimov, une personnalité remarquable et un esprit noble. À la fin des années 60, quand P.M. Ogibalov (un fonctionnaire du Parti à l'ancienne, connu dans les années de Staline pour sa participation active à diverses purges et dénonciations) devint doyen, les dirigeants du parti s'unirent au bureau du doyen et une atmosphère sinistre envahit la Faculté pour des années. Plus particulièrement, selon les traditions en usage, le Bureau du Parti pouvait (et ne s'en privait pas) régenter la vie et le travail de tout employé de la Faculté en s'appuyant sur les interdictions suivantes :

- empêcher une promotion à un grade supérieur ou une nomination à un emploi plus élevé ;
- interdire un voyage à l'étranger (aussi bien dans le cas d'une invitation personnelle que d'une invitation scientifique) ;
- interdire l'accès aux études doctorales à l'élève d'un chercheur qui déplait au Parti ;
- interdire d'enseigner d'un cours du cursus obligatoire ;
- interdire la réélection à un emploi permanent pour une nouvelle période de cinq ans.

Ce dernier veto n'était appliqué que dans des cas exceptionnels (l'un de ceux-ci fut la cause de la mort prématurée de G.E. Chilov). Toutes ces interdictions, excepté la dernière, furent appliquées régulièrement à Berezin à la Faculté. Peut-être est-ce le moment de rappeler un épisode amusant et typique dans lequel je me suis trouvé impliqué avec Berezin. L'un des prétextes habituels pour les diverses interdictions était que l'employé concerné ne fournissait pas de « travail social » ou ne s'en était pas convenablement acquitté. « Travail social » signifiait là une activité dénuée d'importance et nécessairement non rémunérée, habituellement tout à fait ennuyeuse et/ou dépourvue de sens ; par exemple, l'organisation de soi-disant informations « politiques » où l'on devait répéter aux étudiants (ou à ses propres collègues) le contenu des derniers journaux soviétiques ou encore, les soi-disant sessions de « défense civile » où, année après année, on vous disait que faire si une bombe H vous tombe sur la tête ou des choses de ce genre. Il fallait absolument que chaque employé ait son propre travail social de ce type.

Evidemment, aucun être humain sensé ne pouvait prendre au sérieux une activité aussi grotesque et habituellement on faisait seulement semblant de l'exécuter,

ou même trouvait le moyen de s'en dispenser. Le bureau du parti était en général au courant et ne prenait pas trop sérieusement cette tromperie mais pouvait à tout moment demander une explication, gardant chacun sous contrôle et contrainte, en lui rappelant sa présence envahissante. Il est typique qu'aucune activité sérieuse socialement utile (par exemple être membre d'un comité éditorial, une responsabilité dans l'administration de la Société mathématique de Moscou, l'organisation de « cercles mathématiques » pour lycéens), n'était acceptable comme « travail social », sauf évidemment autorisation spéciale du bureau du Parti; je me souviens avoir entendu plusieurs fois la phrase suivante : « *quel genre de travail social est-ce là s'il aime l'accomplir ?* ». Pour revenir à mon récit, dans les années 1960, après que Berezin et moi-même ayons travaillé pendant cinq ans à la Chaire de Théorie des Fonctions et Analyse Fonctionnelle en qualité d'attachés de recherche, la question de notre recrutement en qualité de chargés de recherche se posa. Le Bureau du Parti n'était pas d'accord, prétextant l'absence de tout travail social. Les négociations avec le Bureau du Parti furent conduites par G.E. Chilov, qui, en tant que musicien amateur était en rapport permanent avec le studio d'opéra de l'université. Il décida de nous aider en se servant du studio, qui était sur le point de monter un opéra dont le livret était en biélorusse; il proposa que Berezin et moi-même réalisions la traduction. Nous y travaillâmes dur pendant plusieurs semaines réalisant une version russe plutôt bonne (hélas ce devait être notre unique travail en collaboration [30]), puis nous passâmes un grand moment avec G.E. Chilov pour adapter le texte à la musique. Le studio d'opéra fut satisfait du résultat, l'opéra fut un succès (nos noms étaient sur les affiches), mais nous n'obtinmes point les postes attendus, parce que le Bureau du Parti refusa de considérer toute cette activité comme un travail social acceptable. Nous fûmes tous deux recrutés comme chargés de recherche seulement deux ans plus tard, quand une partie des membres du Bureau du Parti fut remplacée. Ce devait être la dernière promotion de Berezin jusqu'à la fin de sa vie. Il y eut de même de sérieux problèmes avec certains élèves de Berezin qui ne furent pas autorisés à suivre des études doctorales. Ce fut le cas de D.A. Leites, son élève préféré, qui fut un acteur essentiel de la construction des supermathématiques.

En ce qui concerne les voyages de Berezin à l'étranger, ils cessèrent entièrement après 1975 en dépit d'un flot incessant d'invitations provenant d'Europe et d'Amérique (un des tiroirs de son bureau était plein à ras bord de ces invitations, ainsi que nous devons le découvrir après sa mort). Les voyages qu'on lui interdisait étaient importants pour lui non seulement à titre professionnel, mais aussi pour des raisons psychologiques : au cours de ces années, la reconnaissance dont il avait si fortement besoin commençait à devenir une réalité. Au milieu des années 70, Berezin écrivit au nouveau recteur de l'Université de Moscou, le physicien R.V. Khokhlov, une lettre où il décrivait la situation générale qui régnait à la Faculté de Mécanique et Mathématiques : discrimination contre les juifs aux examens d'entrée à l'université et pour l'admission aux études doctorales; corrélation exclusion de beaucoup d'enseignants intègres, chercheurs actifs, de toutes les affaires importantes de la Faculté, telles que les examens d'entrée et terminaux, et l'enseignement de cours obligatoires; interdiction presque totale des voyages à l'étranger pour une écrasante majorité d'enseignants; « échecs » injustifiées spécialement organisés aux soutenances de thèse de candidat (PhD) et de doctorat

pour les personnes de nationalité juive ; et bien d'autres aspects. Il est notoire que R.V. Khokhlov avait l'intention de prendre des mesures décisives pour assainir la vie à la Faculté de mécanique et de mathématiques. Sa mort soudaine des suites d'un accident de montagne mit fin à ses projets. Et, apparemment, la lettre de Berezin a eu une influence significative sur les projets de Khokhlov qu'il n'eut pas le temps de réaliser. Après la mort de R.V. Khokhlov, le contenu de la lettre parvint aux caciques du parti, ne faisant qu'augmenter leur hostilité à l'encontre de Berezin (le premier acte de représailles fut l'annulation subite et anonyme d'un voyage en Tchécoslovaquie sur invitation privée, qui avait déjà été accepté).

En dépit de tout ce harcèlement et de toutes ces humiliations, Berezin ne se départit pas de son caractère indépendant et épris de liberté, observant la vilenie qui l'entourait avec dégoût et chagrin. De nature pessimiste, il devint de plus en plus sombre dans les dernières années de sa vie, incapable de discerner un rayon de lumière dans notre vie lugubre de ces années-là.

Pendant l'été 1980, F.A. Berezin se noya au cours d'un voyage à la Kolyma. Son corps fut retrouvé et ramené à Moscou. Son urne funéraire repose dans sa tombe au cimetière Vostriakov de Moscou. Il est dommage qu'il n'ait pu connaître la période actuelle, ni voir son travail scientifique mondialement reconnu. Il se serait réjoui de l'une et de l'autre.

Moscou, février 1994.

Références

- [1] Berezin F.A. : Laplace operators on semi-simple Lie groups. *Trudy Moskov. Mat. Obshch.* 6, 371-463 (1957) ; *ibid.* 12, 453-466 (1963)
- [2] Berezin, F.A. : Asymptotics of eigenfunctions of the multiparticle Schrödinger equation. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 163(4), 795-798 (1965)
- [3] Berezin, F.A. : Trace formula for the multiparticle Schrödinger equation. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 157(5), 1069-1072 (1964)
- [4] Berezin, F.A. : Remark on the Schrödinger equation with singular potential. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 137(5), 1011-1014 (1961)
- [5] Berezin, F.A., Pokhil, G.N., Finkelberg, V.M. : The Schrödinger equation for systems of one-dimensional particles with point-like interaction. *Vestnik Moskov. Univ.* 1, 21-28 (1964)
- [6] Berezin, F.A., Minlos, R.A., Faddeev, L.D. : Some mathematical questions in the quantum mechanics of systems with a large number of degrees of freedom. *Proc. 4th Soviet Math. Congress Moscow* 2, 532-541 (1964)
- [7] Berezin, F.A. : The method of second quantization. *Nauka*, Moscow (1965). English translation *Academic Press*, New York (1966)
- [8] Berezin, F.A. : On the Thirring model. *Zh. Eksper. Teoret. Fiz.* 40(3), 885-894 (1961)
- [9] Berezin, F.A., Syshko, V.N. : Relativistic two-dimensional model of a self-interacting fermion eld with nonzero mass in the state of rest. *Zh. Eksper. Teoret. Fiz.* 48(5), 1293-1306 (1965)
- [10] Berezin, F.A. : On a model for quantum eld theory. *Mat. Sb.* 76(1), 3-25 (1968). *Math. USSR-Sbornik*, 5(1), 1-23 (1968)
- [11] Golodets, V.Ya. : Description of the representations of anti-commuting relations. *Uspekhi Mat. Nauk* 24(4), 3-64 (1969). English translation in *Russian Math. Surveys* 24(4), 1-63 (1969)
- [12] Berezin, F.A. : Quantization. *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat.* 38(5), 1116-1175 (1974). English translation in *Math. USSR-Izv.* 8, 1109-1165 (1974)

- [13] Berezin, F.A. : General concept of quantization. *Comm. Math. Phys.* 40, 153-174 (1975)
- [14] Berezin, F.A. : Quantization on complex symmetric spaces. *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat.* 39(2), 363-403 (1975). English translation in *Math. USSR-Izv.* 9, 341-379 (1975)
- [15] Berezin, F.A. : About a representation of operators by means of functionals. *Trudy Moskov. Mat. Obshch.* 17, 117-196 (1967)
- [16] Berezin, F.A. : Wick and anti-Wick symbols of operators. *Mat. Sb.* 86(4), 578-610 (1971). English translation in *Math. USSR-Sb.* 15, 577-606 (1971)
- [17] Berezin, F.A. : Covariant and contravariant symbols of operators. *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat.* 36(5), 1134-1167 (1972). English translation in *Math. USSR-Izv.* 6, 1117-1151 (1973)
- [18] Berezin, F.A., Shubin, M.A. : *The Schrödinger equation.* Moscow State University, Moscow (1983). Translated from Russian by Yu. Rajabov, D.A. Leites and N.A. Sakharova and revised by Shubin. With contributions by G.L. Litvinov and Leites. *Mathematics and its Applications (Soviet Series)*, 66. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1991
- [19] Berezin, F.A. : On canonical transformations in representations of second quantization. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 150(5), 959-962 (1963)
- [20] Berezin, F.A. : Automorphisms of the Grassmann algebra. *Mat. Zametki* 1(3), 269-276 (1967)
- [21] Berezin, F.A., Kac, G.I. : Lie groups with commuting and anticommuting parameters. *Mat. Sb.* 82(3), 343-359 (1970). English translation in *Math. USSR-Sb.* 11, 311-325 (1971)
- [22] Leites, D.A. : Spectra of graded commutative rings. *Uspekhi Mat. Nauk* 29(3), 209-210 (1974).
- [23] Berezin, F.A., Leites, D.A. : Supermanifolds. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 224(3), 505-508 (1975). English translation in *Soviet Math. Dokl.* 16, 1218-1222 (1975)
- [24] Berezin, F.A. : Mathematical foundations of supersymmetric field theories. *Yadernaya Fiz.* 29(6), 1670-1687 (1979)
- [25] Berezin, F.A. : *Introduction to the algebra and analysis of anticommuting variables.* Moscow State University Publ., Moscow (1983)
- [26] Berezin, F.A. : On the Lee model. *Mat. Sb.* 60(4), 425-446 (1963). English translation in *Am. Math. Soc., Transl., II. Ser.* 56, 249-272 (1966)
- [27] Berezin, F.A., Sinai, Ya.G. : Existence of phase transfer of a lattice gas with attracting particles. *Trudy Moskov. Mat. Obshch.* 17, 197-212 (1967)
- [28] Berezin, F.A. : The plane Ising model. *Uspekhi Mat. Nauk* 24(3), 3-22 (1969). English translation in *Russian Math. Surveys*, 24(3), 3-22 (1969)
- [29] Berezin, F.A. : The number of closed nonselfintersecting contours on a plane lattice. *Mat. Sb.* 85(1), 49-64 (1971). English translation in *Math. USSR-Sb.* 14, 47-63 (1971)
- [30] Berezin, F.A. and Minlos, R.A. : *The thorny rose : opera libretto* (translation in Russian from the Bielorrussian libretto), Moscow university opera studio (1962)

Souvenirs

Anatoli M. Vershik

Le texte qui suit est extrait de la contribution de A.M. Vershik à un article collectif écrit par plusieurs amis de F.A. Berezin¹. Afin d'éviter les redites, nous nous sommes permis de sélectionner certains passages.

Berezin quitta ce monde de façon inattendue et mystérieuse. Toute mort contient un élément de mystère, mais celle d'Alik, bien loin de Moscou, dans une excursion géologique à laquelle ne participait aucun de ses amis, et dans des circonstances qui restent obscures, fut une étrange manière de disparaître. Je me souviens du moment où j'en fus informé et de l'écrasant sentiment d'incrédulité... Notre dernière longue conversation avait eu lieu six mois auparavant lors de rencontres d'été près de Minsk. Cette conversation m'avait fait une très forte impression : j'y reconnaissais le pessimisme aigu d'Alik. C'était en 1979, et nous étions en plein cœur de la « période de stagnation » avec son atmosphère oppressive, l'absence de tout espoir de libéralisation de notre société, les attaques pernicieuses contre toute forme de dissidence, l'émigration active, les jours lugubres à l'université. Nous fîmes une longue promenade dans le calme d'une forêt. Alik aborda les sujets habituels de nos discussions la situation à MekhMat², l'absence d'espoir d'amélioration, la question de nos amis communs qui étaient ou non en cours d'émigration, l'impossibilité de véritables contacts avec les mathématiciens de l'ouest, et comment certains en tiraient parti aussi bien ici qu'à l'étranger. Mais ce soir-là, le sujet principal de notre discussion était le problème juif, dont nous avons rarement discuté auparavant. Je me souviens que ce fut cette partie de la conversation qui me frappa le plus ; j'avais rarement entendu auparavant de quiconque des prévisions aussi sinistres sur les événements à venir : Alik me dit qu'il avait peur des pogroms et des persécutions au grand jour, que les idées communo-fascistes étaient dans l'air, et ainsi de suite. Pour la conférence, j'avais apporté avec moi quelques documents de samizdats et tamizdats, et notre journal Summa (une publication samizdat³ de Leningrad, qui traitait d'un large spectre de questions politiques, sociales et littéraires), où l'on débattait aussi du problème juif ; j'avais montré tout cela à Alik. Comme certains écrivains du mouvement dissident, je considérai les dangers à venir sous un angle différent, et j'essayai de convaincre Alik que l'on était pas à la veille d'un pogrom. Aujourd'hui, après toutes ces années, on peut dire que les prédictions de Berezin ont été plusieurs fois sur le point de se vérifier ; son intuition ne l'avait pas entièrement trompé. Toutefois, en repensant plus tard à cette conversation, j'ai toujours eu l'impression que la vision apocalyptique d'Alik, en un certain sens mystique, n'était pas le fruit du hasard [...] Berezin occupait une situation particulière sur la scène mathématique moscovite et de toute l'Union soviétique. Il débuta comme l'un des élèves préférés, et des plus brillants, de I.M. Gelfand en théorie des représentations. La multitude

¹ MR1402925 Maslov, V.P.; Shubin, M.A.; Vershik, A.M.; Vvedenskaya, N.D. Alik Berezin in the recollections of friends. Contemporary mathematical physics, 225–236, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, 175, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1996.

² Voir l'explication de ce terme dans l'introduction.

³ Voir l'explication de ce terme dans l'introduction.

de résultats, découvertes, et de relations inattendues obtenues à cette époque (la fin des années 50) constitua le cœur de cette nouvelle théorie : le rôle de Gelfand lui-même dans ce processus ne peut être surestimé. Toutefois beaucoup de ces travaux furent alors simplement esquissés, d'autres nécessitèrent des corrections et des compléments. C'est également vrai des premiers articles de Berezin, écrits en collaboration avec ou sous la direction de son directeur de thèse. Les points faibles de ces articles ou peut-être d'autres circonstances, eurent malheureusement pour conséquence la fin prématurée de la coopération entre le maître et l'élève et cette coopération ne fut jamais reprise. Ayant travaillé avec Gelfand pendant les années 70 et faisant partie des amis d'Alik, j'essayai de les convaincre l'un et l'autre de l'utilité et de l'importance de leur réunification, mais sans grand succès. En essayant de rendre compte de son rôle dans nos mathématiques, je dirais d'abord que, à mon avis, c'est précisément Berezin qui fut à l'origine de ce tournant essentiel dans la vie de beaucoup de mathématiciens que fut le rapprochement avec la physique. Il fut le premier de sa génération à décider, guidé par sa conception de la science, de se lancer dans l'énorme travail indispensable pour pénétrer la physique théorique en tant que physicien et pas seulement en mathématicien, et il y réussit. On peut longuement discuter pour savoir dans quelle mesure il était possible ou nécessaire d'accomplir cela, tout en restant encore un mathématicien ; il y a des exemples de mathématiciens devenus physiciens, mais Alik trouva le bon équilibre et devint un physicien mathématicien actif et suscita l'intérêt pour les problèmes physiques. C'est lui qui amena beaucoup de mathématiciens vers ce domaine, et certains d'entre eux devinrent de remarquables spécialistes de la théorie des modèles mathématiques de la physique contemporaine. L'attitude des « leaders » de la physique des années 30 à 50 à l'égard des mathématiques, était pour le moins réservée bien que certains d'entre eux fussent capables d'utiliser les techniques mathématiques de l'époque. Si cette situation a radicalement changé au cours des années 70, 80 et 90, on le doit en grande partie à Berezin. [...] Les contributions de Berezin à la théorie mathématique de la quantification sont si variées qu'il est difficile de les évoquer ici, même brièvement. Je n'en mentionnerai que quelques aspects. Le concept bien connu de groupe quantique, n'est que le développement de l'idée de déformation d'algèbre enveloppante universelle mis en avant par Berezin, quoique sous une forme quelque peu différente que celle étudiée dans les années 80. L'histoire du crochet de Lie-Berezin-Kirillov-Kostant lui aussi apparu en relation avec la quantification, est bien connue. Mon impression est que Berezin lui-même considérait sa série d'articles sur la quantification comme son sujet principal et favori. Je me rappelle beaucoup de nos conversations sur différents sujets variés. La plupart d'entre eux étaient liés d'une façon ou d'une autre à différents développements du thème principal et pouvaient servir d'exemples de l'application d'idées physiques à des problèmes purement mathématiques. L'un d'entre eux (l'approximation dans les systèmes dynamiques) fut largement développé bien que le rôle de Berezin soit resté caché en arrière-plan. Il était intéressé par les intégrales de chemin, dont il se considérait à juste titre comme l'un des initiateurs, par la théorie de facteurs de von Neumann, les C^* -algèbres, les problèmes asymptotiques en algèbre et autres sujets. Toutes les variations de la théorie spectrale des opérateurs, la théorie de la diffusion, la théorie des spectres de matrices, tout cela a toujours été au centre de son attention. Je me rappelle

les discussions sur le calcul des variations, sur la mécanique non holonome, sur les aspects algébriques de la théorie des systèmes intégrables. L'héritage d'un mathématicien n'est jamais limité à son œuvre publiée, ni même à ses manuscrits; une part de celui-ci, en général difficile à apprécier par les générations futures, est transmise par l'intermédiaire de rapports, d'exposés, et de conversations, dans les idées discutées avec les collègues, et finalement par l'influence exercée sur les autres. Toutes ces composantes étaient fortement présentes dans la vie scientifique de Berezin : par son talent et son enthousiasme, son travail, les séminaires, ses nombreux rapports et contacts, il réussit à intéresser à de nouveaux problèmes des mathématiciens, jeunes aussi bien que reconnus. Sa vie de chercheur, riche en événements scientifiques, connut une fin prématurée. La dureté de l'existence en Union soviétique pour un scientifique de talent qui n'était pas très fidèle au pouvoir en place et juif de surcroît, laissa une trace profonde sur Alik. Je n'ai pas envie de dresser ici la liste de tous les mauvais coups et injustices qu'il dut endurer de la part des gens au pouvoir, de la part de ceux qui lui voulaient du mal. De nature courageuse, Berezin trouva toujours la force de s'élever au dessus des tracasseries quotidiennes et de travailler, travailler encore. Son talent exceptionnel fut-il pleinement réalisé? Peut-on répondre à une telle question? Quoi qu'il en soit, j'estime qu'il a réussi à nous en dire beaucoup.

Lettre¹ au Recteur de l'Université d'État de Moscou, l'académicien R.V. Khokhlov

Felix Alexandrovitch Berezin

Très honoré Rem Viktorovich,

Je voudrais partager avec vous quelques considérations à propos de la section mathématique de la faculté MekhMat. Sa situation actuelle n'est pas à mon avis satisfaisante, et son avenir est inquiétant. Il y a à la faculté MekhMat un groupe de professeurs qui sont des mathématiciens éminents, mais n'ont aucun pouvoir de décision sur l'organisation scientifique de la faculté, tout au moins de sa section mathématique. Ces personnes devraient normalement prendre une part active aux décisions essentielles concernant les activités de la faculté : l'admission des nouveaux étudiants et des doctorants, les problèmes des concours, et la définition de la politique scientifique. Cependant, l'administration actuelle de la faculté a presque entièrement éliminé les mathématiciens pourvus d'autorité scientifique du pouvoir de décision sur toutes ces questions. Les décisions sont prises dans un cercle restreint d'individus, et révèlent souvent un manque de compétence; les enseignants-chercheurs de la faculté qui ne font pas partie de ce cercle étroit n'ont aucune influence sur ces décisions, et il en résulte d'importants préjudices pour la faculté. A mon avis, si la situation actuelle n'est pas résolument modifiée, il y a un risque de dégradation de la faculté en tant que centre de formation de mathématiciens de haut niveau, et en tant que centre scientifique. Je vais citer quelques faits concernant différents aspects de la vie de la faculté.

¹ Traduit du russe par Olga Kravchenko et Claude Roger

L'admission des nouveaux étudiants

C'est une question fondamentale de la vie de la faculté. Le domaine principal d'intérêt de la société s'est de nos jours déplacé des sciences exactes vers les sciences humaines, et ceci se manifeste en particulier par la diminution du nombre des candidats à l'admission dans notre faculté. D'autre part, le système largement répandu des répétiteurs, masque la différence entre les gens entraînés à la résolution de problèmes typiques et ceux pourvus d'authentiques aptitudes mathématiques. Dans ces conditions, il est particulièrement important de gérer le recrutement de façon responsable. Dès l'arrivée aux affaires de l'administration actuelle, l'adjoint du doyen M.K. Potapov a dirigé l'admission des nouveaux étudiants; pendant ce temps-là aucun des grands mathématiciens, qui de plus connaissent parfaitement les programmes scolaires, n'a jamais siégé dans la commission d'entrée à la faculté. Au nombre de ceux-ci on pouvait compter par exemple les professeurs V.N. Alekseev, V.I. Arnold, A.A. Kirillov, V.P. Palamodov, les docents A.M. Stepin, M.A. Shubin; cette liste est loin d'être complète. La commission d'admission travaille de façon non professionnelle, le résultat en est la chute rapide du niveau moyen des étudiants, et aussi la diminution notable du nombre de mathématiciens de talent parmi ceux-ci.

La baisse du niveau moyen des étudiants a été remarquée par beaucoup d'enseignants, en poste à la faculté depuis assez longtemps pour leur permettre des comparaisons. Cette baisse ne se reflète pas dans les notes aux examens, car pendant les examens on s'adapte toujours au niveau moyen des étudiants. Néanmoins cette adaptation prend parfois des formes claires et caractéristiques; par exemple, les examens de la chaire d'équations différentielles ont été radicalement simplifiés dans le but d'améliorer les résultats: si un étudiant devait auparavant traiter une question théorique et un problème, actuellement le problème a disparu.

La baisse du nombre de mathématiciens de talent parmi les étudiants de la faculté se remarque au niveau des doctorants. On ne peut pas vérifier ce niveau de façon formelle, mais cette baisse a cependant été ressentie par beaucoup de membres de la faculté. De même, il est clair que la diminution du nombre de mathématiciens de talent parmi les étudiants n'est pas non plus un secret pour l'administration. Ceci est attesté par un épisode caractéristique, qui s'est produit l'année dernière lors des Olympiades Mathématiques étudiantes organisées par notre faculté. Suivant les règles de fonctionnement des Olympiades, tous les établissements d'enseignement supérieur sont divisés en trois groupes de niveau: la faculté MekhMat fait partie du premier groupe, et le M.I.I.T. (Institut Moscovite des Ingénieurs des Transports) fait partie du second, avec quelques autres établissements d'enseignement supérieur technique. L'année dernière, l'équipe du M.I.I.T. a pris la première place de son groupe, devançant largement tous ses compétiteurs. Sur cette base, le M.I.I.T. a demandé le transfert de son équipe dans le premier groupe pour cette année, ce qui lui fut pourtant refusé. Néanmoins, les membres de l'équipe du M.I.I.T. ont demandé aux surveillants de l'amphithéâtre les sujets des problèmes du premier groupe et commencé à les résoudre. Quand ce fait fut connu, l'équipe du M.I.I.T. fut disqualifiée.

La seule explication rationnelle de cet épisode est à mon avis la suivante. L'administration est parfaitement au courant de l'entrée au M.I.I.T. d'un nombre significatifs de mathématiciens très doués qui n'ont pas été admis à Mekhmat. Leur

appartenance à une équipe en compétition avec la nôtre aurait pu coûter la victoire à notre équipe, ou en tout cas rendre cette victoire moins convaincante.

Les faits suivants permettent jusqu'à un certain point de juger de la nature du travail de la commission d'admission : je peux citer les noms de onze personnes, lauréates des olympiades scolaires moscovites et de toute l'Union, qui n'ont pas été admises dans notre faculté, et cette liste n'est sans doute pas exhaustive.

Une tradition d'activités intenses visant à attirer des étudiants s'est maintenue pendant plusieurs années. Ce travail s'effectuait à différents niveaux : avec les cercles mathématiques des lycées, avec l'organisation des Olympiades à Moscou et en province et enfin par le transfert dans les deuxième et troisième années d'étudiants des Universités de province qui y avaient suivi leur formation initiale. Des membres de notre faculté étaient envoyés spécialement dans ces universités pour le choix de ces candidats à la mutation. Actuellement, une génération de mathématiciens connus est passée par cette filière ; je voudrais mentionner parmi ceux-ci D. Khadzhiev, un de mes étudiants, qui a récemment soutenu son habilitation, et est actuellement doyen de la faculté de mathématiques de l'Université de Tachkent.

Actuellement ce travail a été abandonné. Il faut remarquer toutefois que ces derniers temps, conformément aux directives du rectorat, les cours mathématiques du soir ont été réorganisés. Cependant ces cours n'existent pas encore depuis assez longtemps pour pouvoir juger de leur rôle dans l'admission des nouveaux étudiants. L'envoi de membres de la faculté dans les Universités de province pour le choix des candidats à la mutation parmi les étudiants des premiers cycles a été totalement stoppé. Cette circonstance réduit fortement le rôle de notre faculté comme centre de toute l'Union pour la formation de mathématiciens de niveau élevé.

L'année dernière déjà, personne n'a été envoyé pour encadrer les olympiades régionales.

L'admission aux études doctorales

Durant l'activité de l'administration actuelle, on peut citer une série de cas où des personnes recommandées par leur directeurs scientifiques n'ont pas été admises à se présenter aux examens d'admission à l'école doctorale pour différentes et étranges raisons. Certaines parmi ces personnes, comme Khovanskij, Blekher, Zarkhin, Kojtman ont soutenu leurs thèses peu de temps après, en dehors du cadre de l'école doctorale, et se révèlent actuellement comme des mathématiciens reconnus.

C'est à la chaire d'algèbre que des cas analogues se sont le plus fréquemment produits ces derniers temps : Skornjakov, Kifer (recommandés par Yu.I. Manin), Leites (recommandé par A.L. Onischik) ne furent pas admis à se présenter à l'examen d'entrée à l'école doctorale. Concernant Leites, je sais qu'au moment de la fin de son cursus universitaire il avait écrit quelques articles, l'un d'entre eux fut publié, les autres soumis. En plus de cela il était un membre assez actif des Komsomol. Le prétexte du refus était la note médiocre obtenue en deuxième année. Dans un tel contexte cette raison paraît purement formelle.

Les relations de l'administration avec le personnel académique. L'admission de nouveaux enseignants-chercheurs

À mon avis, le problème du recrutement des nouveaux enseignants-chercheurs n'est pas considéré avec assez de sérieux par l'administration de la faculté. Pour des raisons sans fondement scientifique le brillant mathématicien Gabrielov, qui a soutenu voici quelques années sa thèse à la chaire de théorie des fonctions et analyse fonctionnelle (directeur de thèse professeur Palamodov), n'a pas obtenu de poste à la faculté. Au même moment tout un groupe de gens dépourvus de la qualification nécessaire ont eu un poste à la faculté. Ces derniers temps est apparue l'habitude d'attribuer des postes de façon purement administrative à certaines personnes, sans aucune concertation avec les membres de la chaire dont ces gens allaient faire partie. (Par exemple Shkalikov fut nommé dès sa soutenance de thèse en 1976 à la chaire de théorie de fonctions et analyse fonctionnelle où il était inconnu auparavant). Une telle pratique présente un très grand risque de dégradation du niveau de la faculté par le recrutement de cadres inadaptés. La politique de l'administration vis-à-vis des collaborateurs extérieurs est incompréhensible. Il paraît évident que dans ce but il faudrait inviter uniquement les plus grands mathématiciens de l'Union Soviétique, ou alors les spécialistes des domaines des mathématiques qui ne sont pas assez représentés à la faculté. Pourtant, le fait est que ce n'est pas toujours le cas. On peut citer par exemple, parmi les collaborateurs de la chaire de théorie des fonctions : Gelfand, Vitushkin, Gonchar, Stechkin, Guschin. Je pense que l'invitation de Stechkin et Guschin n'est pas justifiée. Stechkin est un mathématicien connu et un bon enseignant, mais il est spécialiste de la théorie des fonctions, très fortement représentée dans notre faculté par les membres permanents de la chaire, et il ne les dépasse pas d'une façon significative par son niveau scientifique. En ce qui concerne Guschin, c'est un spécialiste de second ordre des équations différentielles ; autrement dit non seulement son niveau scientifique n'est pas suffisant, à mon avis, pour être invité en tant que collaborateur extérieur de notre faculté, mais de plus sa spécialité mathématique n'a pas de relation avec la chaire où il a été invité.

Beaucoup d'enseignants-chercheurs sont traités avec mépris par l'administration de la faculté. Un des exemples de ce traitement se révèle être l'absence de nomination aux conseils scientifiques de la faculté d'un groupe de grands mathématiciens qui y travaillent, comme par exemple les professeurs Kirillov et Palamodov.

Un autre exemple d'une pratique qui s'est répandue ces derniers temps : il arrive que la commission d'admission ne prenne aucune décision vis-à-vis de tel ou tel enseignant-chercheur, en reportant celle-ci d'un an ou plus. Parmi les enseignants-chercheurs qui se trouvent dans cette situation, on peut par exemple citer un mathématicien de talent, le docteur A.M. Vinogradov. Sa titularisation est reportée depuis déjà deux ans. Cependant, l'affaire la plus scandaleuse est celle du professeur G.E. Shilov qui n'a pas vu son poste renouvelé et en mourut peu de temps après. Shilov n'était pas seulement un grand mathématicien, qui a lié sans partage son destin à celui de Mekhmath, mais aussi un enseignant brillant, auteur de manuels très populaires, un des créateurs du cours d'analyse fonctionnelle de notre faculté (connu sous le nom "Analyse III"). Son apport à la faculté a été très grand et son absence se fera sentir encore pendant longtemps.

Ne voulant plus supporter ce mépris de la part de l'administration, certains enseignants-chercheurs ont quitté la faculté ; parmi eux un grand mathématicien, menant un travail pédagogique très actif à la faculté, le docteur en sciences physiques et mathématiques A.L. Onischik.

Au cas où l'ambiance de la faculté ne serait pas assainie, son exemple pourrait bien être suivi par d'autres parmi les enseignants-chercheurs qui forment en ce moment le noyau scientifique de la faculté.

La politique scientifique

L'administration n'a pas la possibilité de dicter aux enseignants-chercheurs de la section mathématique de notre faculté les thèmes de leur activité scientifique. Pour cette raison la politique scientifique ne peut consister qu'à inviter des scientifiques extérieurs pour renforcer telle ou telle direction et à établir des contacts avec les différents centres scientifiques.

À mon avis, la politique scientifique de l'administration de la faculté n'est pas satisfaisante. Pour commencer je vais me référer à un exemple que nous avons déjà considéré. Bien que la théorie des fonctions soit très fortement représentée dans notre faculté, un spécialiste de ce domaine, Stechkin, a été invité en tant que collaborateur extérieur. D'un autre côté, bien que la physique mathématique ne se trouve pas dans une position aussi favorable, les physiciens théoriciens, invités par Petrovsky² pour la renforcer, ont été remerciés. Pire encore, un des plus grands spécialistes soviétiques des problèmes mathématiques de la théorie quantique des champs, le professeur A.S. Schwarz, s'est vu interdire d'enseigner un cours de troisième cycle sur la théorie quantique des champs. Ce cours était enseigné librement, et fut interrompu au milieu de l'année.

De façon analogue, l'administration a interrompu la collaboration avec notre faculté de grands mathématiciens spécialistes de l'économie mathématique, membres du CEMI (Institut Central d' Economie Mathématique) Mityagin et Katok, et pourtant l'économie mathématique ne fait pas partie des disciplines représentées de façon satisfaisante à la faculté. De ce fait, les contacts prévus entre notre faculté et le CEMI ont été étouffés dans l'œuf. Il a toujours fait partie des traditions de notre faculté de donner la possibilité aux mathématiciens actifs qui ne faisaient pas partie de ses cadres permanents, de donner des séminaires ou des cours de troisième cycle, libres ou payés à l'heure ; cette disposition a toujours fortement stimulé les étudiants et constituait un moyen souple de renforcer les domaines scientifiques qui en avaient besoin. L'administration actuelle s'est mise pour la première fois à réglementer de telles activités, sans aucune cohérence avec la valeur scientifique ou la popularité auprès des étudiants des cours ou séminaires de troisième cycle concernés.

Je ferai finalement remarquer que pendant ces dernières années les grands centres scientifiques internationaux tels que l'IAS de Princeton, l'Université d'Oxford, le CERN ont fait preuve d'un grand intérêt en nouant des contacts avec notre faculté et en invitant certains de nos scientifiques (*note de E.G. Karpel : ces invitations ont été reçues personnellement par F.A. Berezin, et par plusieurs autres encore*). Cependant l'administration de la faculté a coupé ces contacts sous

² I.G. Petrovsky, recteur de MGU dans les années soixante.

des prétextes biscornus. Je pense que ce fait a handicapé le développement des mathématiques dans notre pays.

Je voudrais profiter de l'occasion pour exprimer mon opinion sur les mesures nécessaires à l'amélioration des méthodes de travail de la faculté.

(1) L'administration dirigeante de la faculté devrait se composer de grands scientifiques pourvus d'une indiscutable autorité professionnelle; ceci concerne en premier lieu le doyen de la faculté. À mon avis, il n'y a en ce moment personne qui pourrait diriger avec la même compétence la partie mécanique aussi bien que la partie mathématique de la faculté. Par conséquent, il faudra peut être prévoir un poste de doyen délégué pour la section de mécanique au cas où le doyen se trouve être mathématicien, et de doyen délégué en section mathématique au cas où le doyen se trouve être un mécanicien.

(2) Je pense que l'une des raisons de l'état non satisfaisant de la vie de la faculté est la chape impénétrable de secret avec laquelle l'administration actuelle entoure toutes ses actions. Cette question me paraît fondamentale, car les activités de l'administration devraient être transparentes.

Dans ce but, les mesures suivantes me paraissent utiles :

(a) Les rapports d'activité annuels doivent cesser d'être purement formels. Pour cela il faudrait envoyer aux enseignants-chercheurs de la faculté les convocations contenant le rapport d'activité, ou au moins, son résumé, suffisamment tôt et pas moins de deux semaines en avance.

(b) Pour chaque réunion du conseil d'administration de la faculté, il faut présenter le compte-rendu avec la liste des questions traitées, les décisions, la liste des membres présents.

Ces comptes-rendus doivent être disponibles, tous les enseignants-chercheurs doivent avoir libre accès à chacun de ces comptes-rendus, et l'administration ne doit ensuite prendre aucune décision qui n'ait auparavant été actée dans ces comptes-rendus.

(c) En cas de recrutement de nouveaux collègues, il faut organiser au préalable une réunion de la chaire à laquelle il sera rattaché. À cette réunion, il faut que le directeur de la chaire ou un représentant de l'administration fasse un rapport sur les résultats scientifiques du candidat recommandé; il faudra aussi inviter à cette réunion les membres des autres chaires avec lesquels le candidat a des relations scientifiques.

(d) Les conseils scientifiques doivent discuter de toutes les candidatures pour l'inscription en thèse recommandées par les enseignants-chercheurs de la faculté. Au cas où une candidature quelconque provoque une opposition, cette opposition doit être exprimée ouvertement.

(3) Il faut améliorer la composition des conseils scientifiques. Comme je l'ai déjà indiqué, il y a actuellement un certain nombre de scientifiques de grande renommée en poste à la faculté qui ne sont pas membres des ces conseils.

En même temps, les membres des conseils scientifiques sont des gens étranges qui mettent systématiquement des bulletins nuls dans les votes pour les thèses, ou bien qui votent « pour » ou « contre » indépendamment de la qualité de la thèse. Le résultat en a été que des choses scandaleuses se sont produites à deux reprises : alors que tous les rapports écrits et oraux étaient élogieux, les conseils ont refusé les thèses (un des membres du conseil scientifique a fait une tentative de

justification morale d'un tel comportement en arguant du secret du vote). Dans les deux cas, afin d'éviter un scandale plus grand, les conseils scientifiques ont déclaré non valables les proclamations de la commission de décompte, afin d'obtenir la tenue d'un nouveau scrutin.

(4) Il me semble qu'il faudrait renouer avec l'ancienne tradition selon laquelle chaque mathématicien scientifiquement actif, même s'il ne fait pas partie des enseignants-chercheurs de la faculté, doit avoir la possibilité de tenir un séminaire pour les étudiants ou de donner un cours spécialisé libre ou payé à l'heure. Ceci ne devrait pas faire l'objet de formalités administratives, mise à part l'autorisation de la chaire concernée.

(5) Je pense que pour revigorer la section mathématique de notre faculté il ne faut pas seulement développer les directions traditionnelles qui ont une valeur purement mathématique mais aussi les fondements mathématiques des autres sciences.

Les plus importantes ici me semblent être :

(a) La physique mathématique au sens large, qui inclut les fondements mathématiques de la mécanique quantique, la physique statistique, et la théorie quantique des champs.

(b) La biologie mathématique.

(c) L'économie mathématique.

En ce moment c'est la physique mathématique qui se porte le mieux. En ce qui concerne la biologie et l'économie mathématiques elles sont en ce moment très faiblement représentées à la faculté. Cependant, on trouve à Moscou des groupes de mathématiciens sérieux qui se consacrent à la biologie et l'économie mathématiques. Je pense qu'il faut promouvoir leur collaboration avec notre faculté.

Pour l'avenir, la création de chaires de physique mathématique, de biologie mathématique et d'économie mathématique me semble utile.

Les opinions exprimées dans cette lettre sur les activités de l'administration ainsi que sur certains mathématiciens sont mes propres opinions personnelles et c'est pourquoi elles sont peut-être subjectives. Cependant elles sont partagées par certains collègues de la faculté. En ce qui concerne les faits exposés ici, ils peuvent être confirmés par un groupe de collègues de la faculté.

« Au Bureau de la Société Mathématique de Moscou :

Des conflits à l'occasion de soutenances d'habilitations sont apparus plus fréquemment ces dernières années. Ces conflits proviennent pour une part des différences d'exigence de niveau des habilitations et pour une autre de considérations extra-mathématiques.

Je pense que la Société Mathématique de Moscou ne doit pas rester en dehors de ces conflits, en tout cas quand il s'agit des habilitations de ses membres. À mon avis, chaque fois qu'un membre de la Société s'apprête à soumettre un mémoire d'habilitation, le bureau de la Société doit avoir une opinion claire sur la qualité du travail. Au cas où le bureau considère le mémoire d'habilitation comme satisfaisant aux exigences requises, il doit soutenir le candidat, dans le cas contraire lui recommander de s'abstenir de soumettre le mémoire. Le soutien au mémoire d'habilitation suite à un choix du bureau de la Société peut prendre des formes différentes mais doit toujours prendre en compte un certain consensus public ; à

part cela, il est possible aussi de faire par exemple une déclaration suite à la soutenance ou si nécessaire une demande officielle adressée à la VAK (haute commission de contrôle). En cas d'émergence d'un conflit avant la soutenance de l'habilitation, il me paraît raisonnable de réunir un groupe de personnes compétentes dans le domaine concerné et choisi avec l'accord du candidat et de ses opposants afin de résoudre le conflit. Après cela il faut faire une réunion de toutes les personnes concernées pour une discussion de fond. Dans certains cas il pourrait peut être être utile de publier le compte-rendu d'une telle réunion dans UMN (Uspekhi Matematicheskii Nauk), dans la partie consacrée à la vie mathématique en URSS.

Le but d'une telle discussion est l'élaboration d'une opinion publique claire et justifiée sur la qualité de l'habilitation et la justification des réserves qu'on y oppose. Je pense que l'initiative de la Société Mathématique de Moscou que je propose pourra aboutir à la création de critères généralement acceptés pour le niveau d'un travail pouvant être reconnu comme habilitation, et aurait une grande valeur morale. Une telle initiative améliorerait le prestige de la Société Mathématique de Moscou. »

Je le dis pour le salut de mon âme (du latin « *Dixi, et animam levavi* »).

F.A. Berezin



© Cornell University - Droits réservés

F.A. Berezin