

COURRIER DES LECTEURS

À propos du dernier numéro de « la Gazette »

J'ai trouvé ce numéro tout à fait intéressant dans l'ensemble. Malheureusement, le plaidoyer d'Houzel pour l'histoire des mathématiques, auquel je souscris entièrement, est gâché par un contre-exemple, à savoir l'article de Kantor sur Sobolev et Schwartz ; juste quelques exemples — l'article ne mérite pas une analyse plus détaillée.

« *L'apport principal de Schwartz dans la lignée du projet Bourbaki... fut de rapprocher la définition de Sobolev des travaux entrepris par Dieudonné sur les espaces vectoriels topologiques...* »

La même idée est reprise un peu plus bas : « *Pour Schwartz, la théorie des distributions prend de l'ampleur quand il marie la définition de Sobolev à la théorie des espaces vectoriels topologiques* ».

Il me paraît difficile de trouver dans une seule phrase autant d'inexactitudes et de contresens :

1. Schwartz n'a pas « marié la définition de Sobolev » avec quoi que se soit, pour la raison suivante : quand il a eu l'idée des distributions, il ignorait les travaux de Sobolev ; il n'en a pris connaissance que plus tard ; cela, il l'a toujours affirmé, notamment dans son livre biographique « *Un mathématicien aux prises avec le siècle* » ; je ne vois pas de raison de le contredire sur ce point, contrairement à ce que suggère Kantor.

2. Il y a bien autre chose dans la théorie des distributions que la simple juxtaposition « Sobolev + evt ». Citons : la transformation de Fourier, une notion claire de « solution élémentaire » des équations aux dérivées partielles linéaires, la convolution, le problème de la division des distributions (problème, à l'époque, entièrement nouveau) etc. ; tout cela a donné une impulsion considérable à divers sujets d'analyse, dans les années cinquante ; ceci est assez connu pour que je ne les détaille pas.

Le fait est que, ni Sobolev, ni personne d'autre n'avait donné un tel programme, du moins d'une façon aussi systématique et cohérente ; qu'à partir de la guerre (*i.e.* de 1941), Sobolev ait eu bien d'autres tâches n'est qu'à moitié convaincant : ses articles principaux sur le sujet datent de 1935-1936.

3. Quel a été vraiment le rôle des espaces vectoriels topologiques dans toute cette affaire ? Cela se discute, et je suis de ceux qui pensent que Schwartz a eu tendance à exagérer leur importance. En fait, seuls un petit nombre de théorèmes, dus essentiellement à Banach, ont été d'usage courant dans les travaux sur et autour des distributions auxquels je fais allusion plus haut. Le plus utilisé a été évidemment le théorème de Hahn-Banach, qui sert à ramener un théorème d'existence à une inégalité. Moyennant quoi, tous ceux qui ont travaillé sur ces

sujets à l'époque (Hörmander, Ehrenpreis, Trèves, Lions, etc.) ont passé leur temps à démontrer des inégalités. De ce point de vue, l'opposition faite par Kantor à propos de Lions (pourquoi lui ?) entre méthodes de majoration et analyse fonctionnelle est une ineptie.

Encore deux autres citations :

« *Les physiciens utilisaient les distributions comme Monsieur Jourdain la prose, sans le savoir* ».

Certes Schwartz a eu raison de souligner ce qui, dans la pratique des physiciens, était du genre « distributions sans le savoir » en insistant en particulier sur la fonction de Dirac, et ses dérivées. Mais il suffit d'ouvrir le livre de Dirac (je ne dis pas « l'étudier sérieusement ») pour voir que cet usage était quand même assez limité. Passons.

« *Le pouvoir de Schwartz a personnifié celui de Bourbaki : mathématiques modernes et réforme de l'enseignement* ».

Ici, une franche agression dont je laisse

juge le lecteur, doublée d'un lieu commun faux, à savoir que la réforme des mathématiques modernes est due à Bourbaki. Dans son article, Houzel dit, je crois beaucoup plus justement : « *il est injuste de faire porter le poids (de cette réforme) à Bourbaki, dont la seule faute a été de se désintéresser du problème après avoir laissé Dieudonné faire une propagande plutôt dangereuse auprès des enseignants.* »

Que dire en conclusion ? Peut-être, qu'écrire un article sur l'histoire des mathématiques n'autorise pas une compréhension ultra-superficielle du sujet. Peut-être aussi qu'il ne s'impose pas de créer à titre posthume une polémique entre deux auteurs, ici Sobolev et Schwartz, polémique qui n'existait pas de leur vivant.

Le 21 mai 2004,
Bernard Malgrange