

# MATHÉMATIQUES

---

## Trois quarts de siècle avec Henri Cartan

Jean Cerf

---

Dans le dossier que *Le Monde* de ce 3 mars 2004 consacre à « *Matière grise : la bataille mondiale* », on lit tout au début des propos du biologiste E. E. Baulieu recueillis par le journal : « *Les mathématiciens français sont parmi les tout premiers du monde.* » Par-delà la remise en cause de certains excès bourbachiques, j'ai la conviction (largement partagée je l'espère) que cette situation est en grande partie héritée d'un groupe de jeunes gens qui, dans les années trente, ont conçu le projet d'un traité « prenant les Mathématiques à leur début. » Dans ce groupe je vois au premier rang Henri Cartan, entouré de ses amis André Weil et Jean Dieudonné.

J'ai eu le privilège de croiser souvent la route d'Henri Cartan. La première fois, c'était (d'après lui) à Strasbourg en 1930 ; j'ai certes oublié cette rencontre — j'avais deux ans — mais j'ai gardé un net souvenir des années qui ont suivi. Cartan était un collègue de mon père et un ami de ma famille, ami admiré mais un peu redouté pour son esprit caustique ; on se faisait aussi du souci pour sa santé fragile ! Puis je l'ai revu en 1940 à Clermont, où l'université de Strasbourg avait été *repliée* et plus tard à La Bourboule, après la catastrophe qu'il avait pressentie. Et de nouveau à Strasbourg en 1945 après le grand trou d'où ma famille sortait indemne, et pas la sienne. Ensuite à Paris, lui professeur et moi élève à l'École normale : le cours aux élèves de 2<sup>e</sup> année où il nous a appris ce qu'était une variété différentiable, et où un inconnu (c'était Alexandre Grothendieck) s'est permis de dialoguer avec lui d'égal à égal depuis le fond de la salle ; le premier Séminaire Cartan de Topologie (1948) dont j'ai fait sous sa houlette l'exposé n° 3, ensuite entièrement rédigé par lui ; et souvent dans sa famille, Boulevard Jourdan, où j'étais un peu comme un enfant de plus. Puis comme patron de recherche qui ne *donnait* pas de sujet, mais qui m'a signalé un jour l'article de Feldbau sur les homéomorphismes des sphères, qui a été le point de départ de ma thèse.

Dès avant cette époque, j'étais assez proche de lui pour recueillir parfois ses confidences, comme celle-ci, dont je me souviens, sur René Thom, qu'il *découvrit* avant tout le monde en dépit de leurs esprits si différents : « *Thom est un garçon rempli d'idées, mais que c'est dur de les lui faire mettre par écrit !* » Puis au fil du temps : ses batailles, le plus souvent victorieuses, pour « *remonter le niveau de la Sorbonne en Mathématiques* » (la formule est de lui) ; ses vains efforts pour qu'une chaire du Collège de France soit créée pour André Weil. Son engagement précoce à une époque où cela demandait une grande hauteur de vue, en faveur de la réconciliation franco-allemande, cette *utopie* dont la réalisation est aujourd'hui

un de nos motifs d'espoir face à des conflits en apparence insolubles. Ses engagements pour la défense des Droits de l'Homme partout dans le monde, et pour la construction d'une Europe fédérale, à laquelle il attache tant de prix.

Jean-Pierre Serre a écrit : « *Je crois que le style de Cartan est ce qu'on peut trouver de mieux en Mathématiques* ».

Je crois que le style de Cartan est ce qu'on peut trouver de mieux dans la vie. Merci, Monsieur Cartan, de nous montrer par votre exemple qu'il est possible de vieillir en devenant de plus en plus humain.

---

## De la formule d'Atiyah-Singer aux complexes parfaits, souvenirs du séminaire Cartan-Schwartz

Luc Illusie

---

« *Illusie, il faut vous acheter une machine à écrire!* » C'est le premier conseil que Cartan m'aît donné. Un conseil précieux, dont je lui suis toujours reconnaissant. Nous sommes en novembre 1963. Le séminaire Cartan-Schwartz [CS] sur la formule d'Atiyah-Singer a commencé. Mes notes manuscrites de l'exposé de Cartan sur les groupes  $K$  viennent d'être distribuées aux auditeurs. On est consterné par mon écriture en pattes de mouche. La prochaine fois, c'est promis, je taperai à la machine. La prochaine fois, c'est pour un exposé sur le caractère de Chern et la classe de Todd. Mon premier exposé de séminaire! Quand Cartan me le propose, j'ignore tout de la question. Mais, miracle, après un entretien avec lui, tout s'éclaire, le plan est tracé, l'exposé prêt à composer. N'empêche que, le moment venu, je tremblais, même si tout s'est bien passé. Je me rappelle, à la fin, une discussion animée avec un jeune que je rencontrais pour la première fois, et dont l'énergie et l'imagination débordantes m'avaient ébloui : Jean-Louis Verdier. Il nous manque...

On mesure mal, de nos jours, l'importance qu'avait un séminaire comme le séminaire Cartan pour la formation des jeunes mathématiciens. D'abord, il s'agissait d'un séminaire « à thème », d'une durée d'un an, genre aujourd'hui disparu. Cartan choisissait, parmi les résultats récents, un théorème ou une théorie suffisamment riche pour justifier d'y consacrer un séminaire. En début d'année, il répartissait les exposés entre les volontaires. L'exposé, une fois fait, devait être rédigé dans le mois suivant. Une discipline rigoureuse, qui était observée. Au lieu des « séminaires tournants » actuels, où, chaque semaine, on va, souvent sans conviction, écouter un orateur sur un sujet chaque fois différent, le séminaire Cartan demandait des participants un investissement sérieux et durable. C'est au séminaire Cartan, puis, dans les séminaires Grothendieck, qui en conservaient le principe, que j'ai appris le métier. Rien n'était laissé dans l'ombre. Il n'y avait pas de « boîte noire ». Les préliminaires et rappels nécessaires étaient faits en détail. Les démonstrations n'étaient pas seulement « esquissées », mais présentées complètement. Cartan tenait à ce que l'on comprenne, souci légitime, qui n'est plus si répandu, me semble-t-il. Combien de fois l'ai-je vu interrompre un orateur pour lui demander « d'éclairer notre