

Homage à Laurent Schwartz

A. Connes

Ce texte a été rédigé à la demande de l'Académie des Sciences.

Laurent Schwartz a profondément influencé les mathématiques du XX^{ème} siècle par l'invention de la théorie des distributions dont il eut l'illumination en novembre 1944. En généralisant la notion classique de fonctions, il a formulé clairement et mis au point un concept nouveau permettant d'opérer avec la dérivation et la transformation de Fourier dans des situations inaccessibles au calcul différentiel de Newton et Leibniz. La pureté, la simplicité et la généralité étonnantes de ses idées nouvelles leur ont assuré une fécondité incomparable. La théorie des distributions pour laquelle il a reçu la médaille Fields en 1950 des mains d'Harold Bohr est devenue un outil essentiel dans des domaines aussi variés que la théorie des équations aux dérivées partielles – où ses élèves J.-L. Lions et B. Malgrange (ainsi que L. Hörmander) l'ont merveilleusement illustrée – en physique et en particulier dans la théorie des champs quantiques où elle joue un rôle essentiel, en géométrie différentielle et dans la théorie des représentations des groupes, et même en théorie des nombres où l'analogie dû à F. Bruhat, autre élève de Schwartz, de l'espace de Schwartz joue un rôle clef.

La découverte en mathématique d'un concept nouveau alliant à ce point simplicité, ubiquité et fécondité est un phénomène rare qui donne à l'œuvre mathématique de Laurent Schwartz un éclat difficile à égaler.

L'éclat de son œuvre, son talent légendaire de conférencier et d'enseignant, son engagement incessant pour la qualité de l'enseignement

supérieur et de la recherche scientifique, font de Laurent Schwartz l'un des plus grands mathématiciens de son époque. Il restera un modèle pour nous tous.

Alain Connes

Professeur à l'IHÉS et au Collège de France, Paris

La Gazette consacrera un numéro spécial à la mémoire de Laurent Schwartz.

José Luis Massera (1915–2002)

M. Broué et G. Gonzalez-Sprinberg

Nous apprenons avec émotion le décès de José Luis Massera, à Montevideo, le 9 septembre 2002. Mathématicien de renommée internationale, il est particulièrement connu pour ses travaux sur la stabilité de solutions d'équations différentielles.

Sa brillante activité de recherche et d'enseignement a été essentielle pour le développement mathématique uruguayen et au-delà. Parlementaire du parti communiste, il a subi presque neuf années d'emprisonnement et a été durement torturé pendant la dictature militaire en Uruguay.

Un vaste mouvement de solidarité internationale s'est formé pour sa libération. Laurent Schwartz et Jean Dieudonné se sont rendus à Montevideo dans ce but, au nom du Comité des mathématiciens.

Il était Docteur Honoris Causa de nombreuses universités du monde entier, parmi lesquelles l'Université de Nice.

Nous nous souviendrons de cette grande figure de militant et de mathématicien.

Michel Broué

Université Paris VII,

Directeur de l'Institut Henri Poincaré

et *Gérard Gonzalez-Sprinberg*

Institut Fourier de l'Université Grenoble I

José Luis Massera (8 juin 1915–9 septembre 2002)

J.-P. Kahane

Pour les lecteurs de *la Gazette*, jeunes et vieux, il peut être utile de présenter d'abord Massera en quelques mots.

C'est ce que je ferai, de manière impersonnelle, en m'inspirant des articles nécrologiques déjà parus en Uruguay et en France. Mais si la rédaction de *la Gazette* m'a demandé cet article, c'est parce que je connais Massera depuis longtemps, que durant la dictature en Uruguay j'avais mené campagne, comme d'autres (je pense à Laurent Schwartz en premier lieu), pour sa libération, et que nous avons des affinités sur tous les plans. Je parlerai donc de mes rencontres avec Massera, et je tenterai d'évoquer à partir de là son œuvre, son action, ses idées et sa personnalité.

Massera est né en 1915 à Gènes en Italie, de parents uruguayens. Son père était avocat et professeur de philosophie. Après des études aux États-Unis et en Europe, au cours desquelles s'affirma son goût pour les mathématiques, il devint élève-ingénieur de l'Université de la République à Montevideo. Le titre d'ingénieur, qu'il reçut, était à cette époque le seul garant d'une formation scientifique sérieuse. Toute sa carrière scientifique se déroula dans cette université. Il fut le fondateur, avec Rafael Laguardia, de l'Institut de mathématique et statistique, où s'organisa l'ensemble de la recherche mathématique en Uruguay. Il s'orienta et orienta ses élèves vers l'étude des équations différentielles. Son œuvre dans ce domaine devint rapidement classique, et son importance fut reconnue par des doctorats honoris causa dans le monde entier (Rome, Berlin, Nice, Mexico, Quito, Budapest, San Andres (Bolivie), la Havane, Rio de Janeiro). Pour finir, c'est sa propre université qui tint, en 1991, à lui décerner le doctorat honoris causa.

Massera est également connu comme militant communiste. Il adhéra au parti communiste de l'Uruguay en 1941, il y occupa des fonctions dirigeantes, comme membre du comité exécutif, et même, au début de la période de répression anticomuniste, comme secrétaire général. Durant dix ans, de 1975 à 1984, il fut détenu à la sinistre prison "Libertad", où il fut torturé. Il fut l'un des fondateurs du "Frente Amplio" (version uruguayenne de l'union de la gauche) et fut à plusieurs reprises député au Parlement. Outre ses travaux mathématiques, il est l'auteur d'essais multiples, d'inspiration marxiste, sur la science et la dialectique, l'art et la philosophie.

Massera est mort le 9 septembre. Le lendemain, l'Université de la République accueillait ses restes pour un dernier et vibrant hommage.

Ma première rencontre avec Massera date de l'été 1959. Alberto Gonzalez Dominguez avait obtenu de l'Unesco la création d'un centre de formation de mathématiciens d'Amérique latine à Buenos Aires. Charles Ehresmann et moi y étions invités comme professeurs. Pour le lancement du centre, les responsables des départements de mathématiques du sous-continent étaient réunis, et Massera représentait l'Uruguay. A l'époque, un très vieil hydravion reliait Buenos Aires et Montevideo à travers le Rio de la Plata, et, vu d'Argentine, l'Uruguay semblait un havre de démocratie et de prospérité. A la séance de travail à laquelle j'assistai, Massera parla peu, et je me souviens seulement de l'attention que les participants portaient à ses propos. C'était l'un des mathématiciens les plus importants de l'Amérique latine, auteur de travaux récents très originaux et déjà très reconnus, et il apparaissait comme le chef de file de la jeune école mathématique uruguayenne.

Ma seconde rencontre fut l'année suivante, à Jérusalem. Arieh Dvoretzky organisait un colloque sur les espaces vectoriels à l'Université hébraïque. Massera y fit un exposé remarquable sur la théorie des équations différentielles et l'analyse fonctionnelle. Au cours des années précédentes, il avait publié une série d'articles sur ce sujet dans *Annals of Mathematics*, d'abord seul, puis en collaboration avec son élève Juan Jorge Schäffer. Il allait, plus tard, publier avec Schäffer un livre qui prolongeait l'exposé fait à Jérusalem. Avant d'en évoquer le contenu, je peux donner une preuve de la réputation internationale qu'avait Massera en 1960, en énumérant les présidents des douze sessions du colloque : Einar Hille, Gottfried Köthe, Wladyslaw Orlicz, Jean A. Dieudonné, Abraham Robinson, Marshall H. Stone, A.C. Zaanen, Gaetano Fichera et José L. Massera.

Donc Massera, dont je connaissais les opinions politiques, était alors pour moi, d'abord, un grand aîné comme mathématicien.

Plus tard, c'est le communiste, l'humaniste, l'amateur d'art qui s'est révélé au cours de nos rencontres : la fête à Paris après sa libération du sinistre "Penal de Libertad", ses visites comme délégué du parti communiste de l'Uruguay aux congrès du parti communiste français, sa participation, à Paris toujours, aux manifestations du cent-cinquantième anniversaire du Manifeste communiste de Marx et Engels. Et de nouveau le mathématicien, en 1991, entouré de l'admiration et du respect de ses collègues plus jeunes, quand il reçut le doctorat honoris causa de l'Université de la République à Montevideo.

Dire son œuvre ne peut être qu'allusif. Dieudonné en a fait un résumé saisissant à l'occasion de la remise du diplôme de docteur honoris

causa de l'Université de Nice, in abstentia, en 1980. Le texte de présentation du diplôme était le suivant : « *José Luis Massera, fondateur et membre le plus éminent de l'École mathématique uruguayenne, internationalement connu et estimé, homme d'une vaste culture et ouvert aux idées généreuses. Son activité politique nullement clandestine ni violente lui a valu une lourde condamnation à vingt années d'emprisonnement, que la communauté mathématique et universitaire souhaite vivement voir amnistiée, ce qui lui permettrait de poursuivre ses travaux de recherche.* »

Dans son œuvre sur les équations différentielles, Massera considère des équations de trois types :

$$\begin{aligned} (1) \quad & x' + A(t)x = 0 \\ (2) \quad & x' + A(t)x = f(t) \\ (3) \quad & x' + A(t)x = f(x, t) \end{aligned}$$

L'aspect non linéaire apparaît avec (3), qui est attaqué au moyen de résultats concernant (2), convenablement reliés à ceux, plus simples, concernant l'équation (1). Précisons. La fonction inconnue x est définie sur \mathbb{R}^+ , à valeurs dans un espace de Banach E , $A(t)$ est un endomorphisme de E ($t \in \mathbb{R}^+$), et les seconds membres sont à valeurs dans E . L'approche remonte à O. Perron (qui, naturellement, ne considérait pas des espaces de Banach), et les notions clés de « dichotomie » et d'« admissibilité », ainsi que leur relation, sont dues à Massera – en collaboration avec Schäffer pour une part.

Définitions. — *Un sous-espace Y de E est « dichotomique » si, dans la situation (1), $x(t)$ tend exponentiellement vite vers une limite ($t \rightarrow \infty$) lorsque $x(0)$ appartient à Y , et tend exponentiellement vite vers l'infini lorsque $x(0)$ est extérieur à Y .*

Il est « admissible » relativement aux normes B et D (normes sur E) si, dans la situation (2), la norme $-D$ de x est dominée par la norme $-B$ de f (supposée finie) dès que $x(0)$ appartient à Y .

La remarquable relation entre les deux notions est que, moyennant des hypothèses convenables sur E (« espace fonctionnel à translations ») et sur les normes B et D , elles coïncident.

Cela mène Massera à montrer que les conditions de stabilité de Liapounoff, relatives aux solutions des équations différentielles, sont essentiellement les meilleures possibles.

Massera n'était pas seulement un très bon technicien en mathématiques ; il avait des idées générales sur ce qui est important. Les équations différentielles donnent une approche de l'évolution des phénomènes au cours du temps, ce qui est une question importante et à faces multiples. Ce souci de ce qui est important et général se retrouve dans son action

politique, dans ses activités universitaires, et dans ses réflexions philosophiques. Le dernier article philosophique qu'il a écrit, « Réflexion d'un mathématicien sur la dialectique » est publié dans le livre « Sciences et dialectiques de la nature » (1998), coordonné par Lucien Sève. Il commence par dire qu'une certaine humilité est nécessaire à un marxiste pour parler de ce sujet, en raison des erreurs du passé. Cela lui permet d'exposer de façon simple quelques très bonnes idées, qu'à ma connaissance il avait déjà mûries dans le "Penal de Libertad". Il m'est impossible de les résumer ici, mais je peux dire que ma réflexion sur la dialectique à l'œuvre dans l'élaboration des définitions en mathématiques, et plus généralement sur les points de départ d'une théorie qui sont des aboutissements historiques, vient directement d'un échange de correspondance déjà ancien avec Massera.

Son collègue et ami Roberto Markarian m'a communiqué un texte court de Massera qui me paraît la meilleure conclusion possible de cet article. Massera parlait et écrivait parfaitement le français et cinq ou six autres langues. Mais ce texte-ci est en espagnol, et je lui laisse la saveur de sa langue.

“ Desde mi más temprana juventud, he tratado de articular dos aspectos que a menudo se consideran incompatibles, cuando no antagónicos. Por un lado, el estudio de conceptos científicos, a veces muy generales y abstractos, de modo que ellos resulten aplicables, debido a su propia generalidad, a vastas zonas de conocimientos. Por otra parte, siempre me sentí moralmente comprometido a tomar parte en muchos de los sucesos que en el siglo XX han conmovido con tanta hondura a las sociedades humanas de diversas geografías, las sometían a dolorosas pruebas o, a veces, las llevaban a conquistar importantes avances de bienestar o justicia social. Por mucho que ese compromiso estuviera sujeto a inevitables limitaciones y errores, nunca pude concebir mi existencia egoístamente ajena a estos sufrimientos y alegrías y rehuir mi aporte personal a lo que creía más acorde con la verdad y la justicia.”

Jean-Pierre Kahane
Université Paris-Sud