TRIBUNE LIBRE

La collection de modèles mathématiques de la bibliothèque de l'IHP

Jean BRETTE (*Palais de la découverte*)

Depuis 1994, date de la réouverture de l'IHP rénové, les lecteurs de la bibliothèque peuvent contempler une centaine de modèles mathématiques, entreposés précédemment dans les vitrines du troisième étage. La collection complète, issue de la chaire de Géométrie supérieure de la Sorbonne et du legs de Gaston Darboux, comporte plus de 400 objets, quelquefois assez dégradés et recensés dans [1].

Les solutions techniques utilisées pour représenter physiquement les objets mathématiques concernés dépendent bien sûr des propriétés que les auteurs souhaitaient mettre en évidence, posant au passage, comme c'est souvent le cas en mathématiques, le problème du choix d'une « bonne » représentation : feuilles ou tôles mises en forme, matérialisation de lignes particulières à l'aide de fils : droites pour les surfaces réglées, lignes de courbure, lignes de niveau, etc. Cependant, le plus souvent, il s'agit de volumes en plâtre dont la surface constitue le bord ou une partie du bord, ce qui crée évidemment des difficultés quand celle-ci n'est pas plongée. Cela pose aussi un autre problème, signalé par W. Barth et H. Knörrer [2] : si une surface sépare l'espace en deux domaines, lequel rendre solide pour que les propriétés de la surface soient mises en évidence le mieux possible ? La double représentation d'une même surface du troisième ordre en donne un exemple assez mystifiant. Enfin, quand les objets vivent dans des espaces de dimension supérieure à 3, certaines projections ou sections sont visualisées. C'est le cas pour les fonctions d'une variable complexe, où les graphes des parties réelles et imaginaires sont représentés séparément.

Certains modèles sont issus de la géométrie élémentaire, comme les polyèdres réguliers (convexes et étoilés), semi-réguliers ou les sections coniques ou encore des systèmes articulés matérialisant des sections planes de prismes variables et leur taille montre bien qu'ils s'agissait d'objets à vocation pédagogique, visibles par une classe entière. Les autres modèles, qui sont en général de taille plus réduite, devaient sans doute être observés individuellement par les étudiants des sections supérieures. Les thèmes abordés sont variés et reflètent bien sûr les résultats de la fin du XIX^{e} siècle.

À côté des quadriques, de nombreux modèles de surfaces cubiques (réglées ou non) illustrent les résultats obtenus quelques années plus tôt par Sylvester, Cayley, Salmon, Clebsch, etc. En particulier, si une surface cubique n'est pas réglée, elle comporte 27 droites réelles ou complexes. Si l'on s'en tient aux droites réelles, il ne peut y en avoir que 3, 7, 15 ou 27, matérialisées dans ce dernier cas sur la surface de Clebsch. D'autres modèles illustrent l'apparition des singularités quand certaines des droites réelles se confondent ou disparaissent. Une place importante est consacrée à la surface de Kummer et ses variantes : c'est une quartique possédant 16 points doubles réels (le maximum possible pour une quartique) répartis de la façon suivante : il existe 16 plans contenant 6 points appartenant à une même conique et par chaque point passent 6 de ces plans. Là encore, quelques modèles illustrent la disparition de certains points doubles. Signalons enfin, parmi les surfaces quartiques, les différents types de cyclides de Dupin, obtenues par inversion d'un tore.

Du côté de la géométrie différentielle, outre les différents types de singularités des courbes gauches, une part importante de la collection est consacrée à la notion de courbure : surfaces particulières à courbure totale constante positive ou négative (de révolution, hélicoïdales, etc.), surfaces à courbure moyenne constante non nulle (notamment les surfaces de révolution de Delaunay), sans oublier les surfaces minimales, particulièrement étudiées au XIX^e siècle.

Enfin, une dizaine de modèles proviennent de l'étude des fonctions d'une variable complexe, illustrant notamment la fonction $\wp$ de Weierstrass et sa dérivée, ou encore la différence entre pôle et point singulier essentiel.

Relief de la fonction $\mathfrak{P}'(u)$.
Sommeil hypnotique.
©Cyrile Cambon

La plus grande partie de la collection, en particulier des plâtres et les surfaces réglées, était commercialisée dans les universités du monde entier par la maison Martin Schilling, à Leipzig [3]. D'autres modèles, en fils de fer, tôle ou carton, en sont des variantes, probablement réalisées ainsi pour des raisons de solidité et d'usage répété. Enfin, quelques modèles de surfaces en bois sont dus à Joseph Caron, professeur de géométrie descriptive et chef de « travaux graphiques » à l'ENS au début du siècle, que l'élève Henri Lebesgue rencontra en 1897 et qu'il évoque dans une note de bas de page de ses *Leçons sur les constructions géométriques* [4, p. 210] :

> *[...] et surtout, il a contribué à faire aimer la Géométrie à de nombreux élèves, et cela, à une époque où des savants éminents, doués de grands talents géométriques, s'efforçaient de ne jamais dévoiler les idées simples qui les avaient guidés et de faire dépendre leurs résultats élégants d'une théorie générale abstraite qui, souvent, ne s'appliquait que dans les cas particuliers en question. La géométrie devenait une étude des équations algébriques, différentielles et aux dérivées partielles ; elle perdait ainsi tout le charme qu'elle doit au fait d'être un art, et presque un art plastique.*

La collection avait avant tout une vocation pédagogique et aussi de communication puisque la première surface de Kummer a été construite, sur ses instructions, pour une présentation lors d'un congrès [2]. Cependant, la composante artistique qu'évoque Lebesgue correspond aussi à une réalité : certaines sculptures de Pevzner ou de Naum Gabo semblent directement inspirées par les quadriques ou les surfaces cubiques réglées de la collection Schilling, de l'IHP ou d'ailleurs. De plus, les rapports entre mathématiques et arts sont plus que bimillénaires et dans les deux sens : musique chez Pythagore, perspective et géométrie projective au XVIIe siècle, nombre d'or chez les architectes et peintres, des Grecs à Le Corbusier en passant par Poussin et d'autres..., quatrième dimension chez Marcel Duchamp, probablement sous l'influence très médiatisée de la relativité. L'apparition du cubisme, puis de l'art abstrait et des surréalistes ne pouvait que susciter de nouvelles réflexions. On en trouve des traces, par exemple, dans un article de Christian Zervos : *Mathématiques et art abstrait* [5] paru en 1936[1] et dont je ne résiste pas à extraire ce passage, qui me semble révéler une compréhension assez inhabituelle de l'activité mathématique dans le public, artistique ou non :

Surface de Kummer.
Ainsi parlait ... la banquise.
©Cyrile Cambon

> *Je me surprends à me demander si, après tout, les mathématiques qui nous semblent jouir d'une plus grande précision que l'art, ne sont pas, à peu de choses près, aussi arbitraires, aussi gratuitement produites que les arabesques du peintre. Ici, une image venue souvent du hasard, se fait un sort immense, procrée autour d'elle des images, qui en exigent d'autres, lesquelles enfantent à leur tour et ainsi jusqu'à l'achèvement du tableau. Les mathématiques n'agissent elles pas de la même manière quand elles tirent du possible et du concevable quelques diversités d'hypothèses, pour retenir un certain nombre d'entre elles, abolir les autres, et tirer des dénouements à faibles ou grandes conséquences. N'est-ce pas une loi presque absolue que dans nos créations, obtenues par quelques disciplines que ce soit, le vrai et l'arbitraire se confondent.*

Cela dit, l'auteur précise :

[1] Je remercie Mlle de L'Ecottais de m'avoir signalé l'existence de cet article, ainsi que de celui d'André Breton.

[...] Mais sur le plan particulier de l'art, force nous est de reconnaître que des différences essentielles distinguent celui-ci des mathématiques et qu'il est impossible de faire de ces dernières un élément essentiel de l'œuvre d'art.

L'article est illustré de photographies de modèles de l'IHP dues à Man Ray. Dans le même numéro, André Breton souligne également ces différences :

Que l'on comprenne bien ... que les « objets » mathématiques, au même titre que les « objets » poétiques reproduits dans ce numéro de Cahiers d'Art, se recommendent de tout autre chose, aux yeux de ceux qui les ont construits, que de leurs qualités physiques et que si, d'aventure, ils satisfont à certaines exigences esthétiques, ce n'en serait pas moins une erreur que de chercher à les apprécier sous ce rapport.

Et le fondateur du surréalisme de conclure :

Ce serait retomber dans le piège du rationalisme fermé que de prétendre opposer les objets mathématiques ... aux objets poétiques ... Depuis qu'en les photographiant Man Ray, de ses mains extra-lucides, a porté ces objets presqu'inconnus jusqu'à nous, il ne reste plus qu'à les interpréter à notre guise pour nous les approprier. Je propose pour ma part de substituer aux légendes mathématiques ces titres volontiers élémentaires mais humainement plus suggestifs : Poursuivie par son cerceau, Mort de la cocotte en papier, Ainsi parlait ... la banquise, Campagne de Russie, Le couteau rond, etc.

Une partie des objets photographiés par Man Ray est actuellement présentée dans les vitrines de la bibliothèque, laissant le visiteur, lui aussi, choisir une interprétation ou l'autre.

Exemple de point conique.

Le couteau rond.

©Cyrile Cambon

Bibliographie

[1] Roland Maillard, Paul Belgodère, *Modèles mathématiques figurant dans la collection de l'IHP*, 1950.

[2] Gerd Fischer et al, *Mathematische Modelle, Mathematical Models*, T.2 (Commentary), Vieweg, 1986.

[3] Martin Schilling, *Catalog mathematischer Modelle*, Leipzig, 1911.

[4] Henri Lebesgue, *Leçons sur les constructions géométriques*. Gauthier-Villars. 1950

[5] Christian Zervos, *Mathématiques et art abstrait*, Cahiers d'Art, n° 12, 1936