

CONGRÈS INTERNATIONAL DES MATHÉMATIENS

Les prestigieuses médailles Fields ainsi que le prix Nevanlinna ont été décernés au Congrès International des Mathématiciens qui s'est tenu à Berlin du 18 août 1998 au 27 août 1998.

Les récipiendaires de la médaille Fields sont :

- ★ **Richard E. BORCHERDS** (Cambridge University, England) pour sa contribution à l'étude des algèbres de Kac-Moody et des formes automorphes.
- ★ **W. Timothy GOWERS** (Cambridge University, England) pour ses travaux sur la théorie des espaces de Banach et la combinatoire.
- ★ **Maxim KONTSEVICH** (I.H.E.S. Bures-sur-Yvette, France) pour ses apports à la physique mathématiques, la géométrie algébrique et la topologie.
- ★ **Curtis T. McMULLEN** (Harvard University, U.S.A.) pour ses travaux en dynamique complexe et en géométrie hyperbolique.

Le prix Nevanlinna a été attribué à :

- ★ **Peter W. SHOR** (AT&T Labs Florham Park, New Jersey, U.S.A.) pour sa contribution au calcul quantique et à la géométrie algorithmique.

Le comité de rédaction de la Gazette de la Société Mathématique de France a souhaité publier dans ce numéro ainsi que dans les suivants des textes courts décrivant, de manière nécessairement succincte, les travaux qui ont valu aux personnes ci-dessus les prix Fields et Nevanlinna.

Le premier de ces textes concerne les résultats obtenus par R. E. Borcherds. Ils sont décrits par Urmie Ray, Research Fellow à l'université de Cambridge, qui est actuellement Maître de conférences associée à l'université de Strasbourg.

LE MONSTRE AU CLAIR DE LUNE SUR LES TRAVAUX DE R. BORCHERDS

Urmie RAY
Université de Strasbourg

UNE des quatre prestigieuses médailles Fields a été décernée en 1988 à Richard E. Borcherds pour ses travaux en « algèbre et géométrie, en particulier pour sa démonstration de la conjecture dite de Moonshine ». Mathématicien britannique d'une extraordinaire originalité, il est Professeur de la Royal Society à l'université de Cambridge depuis 1996, où il a fait ses études, Fellow de la Royal Society, et Professeur à l'université de Berkeley depuis 1993. Il a ouvert le nouveau domaine des algèbres de vertex et en a déduit la construction des algèbres de Kac-Moody généralisées, appelées également algèbres de Borcherds. La portée de ces idées, basées entre autres sur une application remarquable de concepts de la théorie des cordes (de la physique théorique), est montrée par sa démonstration très élégante de la conjecture Moonshine (i.e. « clair de lune ») de Conway et Norton. Cette conjecture révèle la surprenante connexion entre deux domaines très différents (d'où le nom « Moonshine »), celle des groupes simples sporadiques, en particulier du Monstre, et celle des fonctions modulaires elliptiques.

Avant d'énoncer cette conjecture, il est nécessaire de donner un aperçu du « Monstre », des groupes finis simples, des représentations des groupes et des fonctions modulaires elliptiques.

Le *Monstre* [C], appelé aussi « Géant Amical » est le groupe fini simple sporadique le plus grand avec

$$2^{46} \cdot 3^{20} \cdot 5^9 \cdot 7^6 \cdot 11^2 \cdot 13^3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71$$

(environ 8×10^{53}) éléments, ce qui représente à peu près le nombre d'atomes composant la Terre. Un *groupe* est un ensemble d'éléments avec une loi de composition satisfaisant certains axiomes et peut décrire les symétries d'une structure géométrique [Bu]. Il est aisé d'imaginer les rotations d'un cube en dimension 3 et de conclure que son groupe de rotations a 24 éléments. Borcherds a travaillé sur les rotations d'un flocon de neige théorique dans un espace de dimension 196884. En effet le Monstre est le groupe d'automorphismes d'un algèbre dans un espace Euclidien de cette dimension.

Les groupes finis simples¹ $[G]$ sont en quelque sorte les briques de base avec lesquelles sont bâtis les groupes finis. Il est donc naturel d'étudier les groupes finis simples. Dans les années 70, plusieurs mathématiciens, dont J.H. Conway et J.G. Thompson, médaille Fields en 68, ont contribué à leur classification, œuvre de quelques milliers de pages. Il y a trois familles infinies de groupes finis simples (par exemple, celle des groupes cycliques d'ordre premier ($G = \{1, x, \dots, x^{p-1}\}$ où p est premier et $x^p = 1$)), et 26 groupes finis simples qui ne font partie d'aucune famille. Ces 26 groupes sont par conséquent appelés *sporadiques*.

Richard E. Borcherds

C'est via leurs représentations [S2] que les groupes sont utiles dans plusieurs autres domaines mathématiques et scientifiques. Revenons à notre groupe G des rotations du cube en dimension 3. Il existe un homomorphisme ρ de G (i.e. pour tout $g, h \in G$, $\rho(gh) = \rho(g)\rho(h)$) au groupe $GL(V)$ de toutes les applications linéaires bijectives d'un espace vectoriel V de dimension 3 (sur le corps des nombres complexes).² Pour tout $g \in G$, la trace de $\rho(g)$ est invariante de la base choisie pour écrire la matrice $\rho(g)$. Une représentation est complètement déterminée par la donnée des traces de $\rho(g)$ pour tout $g \in G$. Tout groupe a une représentation triviale de dimension 1 donnée par $\rho(g)v = v$ pour tout $g \in G$, où $V = \mathbf{C}v$.

Il nous reste à donner une idée des fonctions modulaires elliptiques [S3], étroitement liées aux fonctions elliptiques. Un des exemples les plus communs, l'*invariant modulaire* j , est une fonction holomorphe (i.e.

¹Un groupe G est simple si tout sous-groupe $H \leq G$ tel que $\forall g \in G, h \in H, g^{-1}hg \in H$, satisfait à $H = 1$ ou $H = G$. Donc pour tout groupe fini G , il existe des sous-groupes G_i $0 \leq i \leq n$ tel que $G = G_0 \geq G_1 \geq \dots \geq G_n = 1$ et $\frac{G_i}{G_{i+1}}$ est simple pour tout i .

²Une représentation ρ d'un groupe G quelconque est un homomorphisme de G dans $GL(V)$, où V est un espace vectoriel complexe de dimension n . On identifie $GL(V)$ avec le groupe des matrices carrées d'ordre n avec déterminant non nul.

analytique complexe) sur le demi-plan de Poincaré $\mathcal{H} = \{x + iy \in \mathbf{C} \mid y > 0\}$ invariante sous l'action du groupe modulaire $SL_2(\mathbf{Z})$ des matrices $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ telles que $a, b, c, d \in \mathbf{Z}$ et $ad - bc = 1$:

$$j(z) = j\left(\frac{az + b}{cz + d}\right) \quad \text{pour tout} \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL_2(\mathbf{Z}).$$

En particulier $j(z + 1) = j(z)$, $z \in \mathcal{H}$ puisque $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in SL_2(\mathbf{Z})$. On peut donc écrire j comme une fonction de $q = e^{2\pi iz}$ et j est holomorphe dans le disque $|q| < 1$ moins l'origine. A l'origine j a un pôle (i.e. il existe un entier $m > 0$ tel que $\lim_{q \rightarrow 0} q^m j(q) \in \mathbf{C} - \{0\}$) et donc a une série de Laurent à l'origine : $j(q) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} a_n q^n$. L'expression exacte de j est :

$$j(q) = \frac{(1 + 240 \sum_{n>0} \sigma_3(n) q^n)^3}{q \prod_{n>0} (1 - q^n)^{24}} \quad \text{où} \quad \sigma_3(n) = \sum_{d|n} d^3.$$

On trouve

$$j(q) = q^{-1} + 744 + 196884q + \dots$$

De plus j est une bijection du quotient $\mathcal{H}/PSL_2(\mathbf{Z})$ (espace où $z_1 = z_2$ si $j(z_1) = j(z_2)$) dans \mathbf{C} , et donc de la surface compacte de Riemann $\overline{\mathcal{H}/PSL_2(\mathbf{Z})}$ à la sphère $\mathbf{C} \cup \infty$.

En général une *fonction modulaire elliptique* f est méromorphe sur \mathcal{H} (holomorphe partout sauf en un nombre fini de points, où f a des pôles) invariante sous l'action de sous-groupes discrets de $SL_2(\mathbf{R})$ contenant la transformation $z \mapsto z + 1$, $z \in \mathcal{H}$. La fonction f peut alors être écrite en termes de q , et par définition des fonctions modulaires, f a un pôle à l'origine, et donc une série de Laurent au voisinage de 0. Si la série de la fonction f est du genre $q^{-1} + a_1 q + a_2 q^2 + \dots$, f est dite *normalisée*. Et si f donne une bijection de $\overline{\mathcal{H}/G}$ avec la sphère $\mathbf{C} \cup \infty$, on dit que G est dite de *genre 0*.

Nous sommes maintenant prêts à donner la conjecture Moonshine. La plus petite représentation V_1 non-triviale du Monstre est de dimension 196883. McKay avait remarqué que l'invariant modulaire j a un coefficient égal à 196883 + 1, donc à la dimension d'une représentation du Monstre $M : V_1 \oplus V$, où V est la représentation triviale de dimension 1. Puis Thompson a montré que chaque coefficient de $j - 744$ est la dimension d'une représentation V_n du Monstre. Notons que la dimension de V_n est la trace de l'identité du Monstre sur V_n . Que peut-on dire de la trace des autres éléments g du Monstre sur les représentations V_n ? S'appuyant entre autres sur des calculs pour n petit, Conway et Norton ont conjecturé en 1979 que [CN] :

Conjecture Moonshine. *Pour tout élément g du groupe Monstre,*

$$T_g = q^{-1} + \text{trace}(g|V_1)q + \text{trace}(g|V_2)q^2 + \dots$$

est une fonction modulaire elliptique normalisée pour un sous-groupe de $SL_2(\mathbf{R})$ de genre 0.

Parlons maintenant brièvement des algèbres de vertex et des formules du dénominateur des algèbres de Borchers qui jouent un rôle crucial dans la démonstration donnée par Borchers de cette conjecture [Bo1],[Bo2].

La définition des algèbres de vertex est motivée par la construction des algèbres de Lie simples de dimension finie à partir de leur réseau de racines. Les *algèbres de Lie simples* classiques sont des sous-algèbres de Lie de l'algèbre des $n \times n$ -matrices, l'opération de Lie $[\cdot, \cdot]$ étant définie par $[A, B] = AB - BA$ [S1]. Prenons par exemple l'algèbre sl_2 de dimension 3 des 2×2 matrices de trace 0, ayant pour base $e = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $f = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $h = [e, f] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Alors $[h, e] = 2e$ et $[h, f] = -2f$. Donc sl_2 est la somme directe des espaces propres de l'application linéaire $\text{ad}(h)$ définie par $\text{ad}(h)(x) = [h, x]$. Les valeurs propres appartiennent au dual³ H^* de l'espace vectoriel $H = \mathbf{C}h$ (H est appelée *sous-algèbre de Cartan* de sl_2). Toute valeur propre non nulle est appelée *racine* de sl_2 (il s'agit de $\pm\alpha \in H^*$ avec $\alpha(h) = 2$). Il existe une forme bilinéaire symétrique sur le réseau de racines R (groupe abélien engendré par α), isomorphe à \mathbf{Z} . Les racines de sl_2 sont les éléments de R de norme 2. Soit \hat{R} une extension centrale de R par un groupe d'ordre 2. Pour α (resp. $-\alpha$), notons e^α (resp. $e^{-\alpha}$) un élément fixe de \hat{R} correspondant à α (resp. $-\alpha$). Alors sl_2 peut être défini comme le \mathbf{Z} -module $R \oplus \sum_{\alpha^2=2} e^\alpha$. Toute algèbre de Lie simple L de dimension finie a une décomposition comme ci-dessus par rapport à une sous-algèbre de Cartan, et on peut redéfinir L de manière analogue. Cette construction donne une base explicite (la base de Tits-Chevalley) pour L .

En 1967, Kac et Moody ont indépendamment défini une nouvelle classe d'algèbres de Lie [K], connues aujourd'hui sous le nom d'algèbres de Kac-Moody qui inclut les algèbres de Lie simples de dimension finie et les algèbres affines (algèbres ayant multiples applications en physique et mathématique). Les *algèbres de Kac-Moody* ont aussi un réseau de racines et une décomposition analogue à sl_2 . Une *algèbre de vertex* V généralise la construction ci-dessus pour les algèbres de Kac-Moody. C'est un espace vectoriel sur le corps \mathbf{R} identifiable à l'espace de Fock des physiciens qui est défini à partir du réseau de racines d'une algèbre de Kac-Moody,

³Le dual d'un'espace vectoriel complexe V est l'espace vectoriel des fonctions linéaires de V dans \mathbf{C} .

avec un nombre infini de produits bilinéaires. Il peut être considéré en quelque sorte comme un anneau commutatif avec une action formelle du groupe \mathbf{C} , où l'action de $z \in \mathbf{C}$ sur $a \in V$ est l'opérateur $a(z)$, et $a(z)b$ est donné par le produit de $a(z)$ avec b . Borcherds montre que, pour certaines algèbres de vertex V , un certain sous-quotient de V est une algèbre de Lie généralisant le concept d'algèbre de Kac-Moody. Ce sont les algèbres aujourd'hui appelées *algèbres de Borcherds* qui ont aussi un réseau de racines et une décomposition comme pour sl_2 . En particulier, il construit l'algèbre de Lie dite du Monstre : $G = \mathbf{R}^2 \oplus_{m,n \in \mathbf{Z}} G_{(m,n)}$, où \mathbf{R}^2 est la sous-algèbre de Cartan et le réseau de racines est \mathbf{Z}^2 . L'espace radiciel $G_{(m,n)}$ (espace propre de \mathbf{R}^2 correspondant à la racine (m,n)) est une représentation du Monstre isomorphe à V_{mn} .

D'autre part, il existe une classe importante de représentations pour les algèbres de Borcherds qui généralisent la notion de représentations de dimension finie pour les algèbres simples de dimension finie. Il s'agit des représentations de plus haut poids (en général de dimension infinie), qui sont une somme directe d'espaces propres de dimension finie de la sous-algèbre de Cartan. Il existe une formule, démontrée par Borcherds, donnant la dimension de ces espaces pour certaines représentations irréductibles et généralisant la formule de Kac-Weyl. En calculant cette formule de deux façons différentes, on trouve de nouvelles formules intéressantes de fonctions modulaires ou on redécouvre d'anciennes formules. Par exemple, via la représentation triviale, on arrive à la formule du dénominateur dont le terme de gauche est un produit infini et le terme de droite est une série infinie. La formule du dénominateur caractérise les algèbres de Borcherds. Pour l'algèbre du Monstre G , Borcherds a montré qu'elle est :

$$p^{-1} \prod_{m>0, n \in \mathbf{Z}} (1 - p^m q^n)^{c(mn)} = j(p) - j(q),$$

donnant ainsi la formule maintenant célèbre pour l'invariant modulaire j .

Plus récemment Borcherds a prouvé que les formules du dénominateur des algèbres de Borcherds correspondent à des formes automorphes pour un groupe orthogonal $O_{s+2,2}(\mathbf{R})^+$, où $s+2$ est la dimension de la sous-algèbre de Cartan [Bo3] et il a fait un travail remarquable sur les formes automorphes et aussi les surfaces $K3$ (lié aux formes automorphes). Il a ainsi ouvert plusieurs directions de recherches extrêmement intéressantes.

Références

- [Bo1] R.E. BORCHERDS, Vertex algebras, Kac-Moody algebras, and the Monster, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, Vol. 83, 3068–3071, 1986
- [Bo2] R.E. BORCHERDS, Monstrous moonshine and monstrous Lie superalgebras, *Invent. math.*, Vol. 109, 405–444, 1992
- [Bo3] R.E. BORCHERDS, Automorphic forms on $O_{s+2,2}(\mathbf{R})^+$ and generalized Kac-Moody algebras, *ICM 1994*
- [Bu] W. BURNSIDE, The Theory of Groups of Finite Order, C.U.P., Cambridge, 1911
- [C] J.H. CONWAY, A simple construction of the Fischer-Griess monster group, *Invent. Math.*, Vol. 79, 513–540, 1985
- [CN] J.H. CONWAY, S.P. NORTON, Monstrous Moonshine, *Bull. London Math. Soc.*, Vol. 11, 308–339, 1979
- [G] D. GORENSTEIN, Finite simple groups, An introduction to their classification, The University Series in Mathematics, New York - London : Plenum Press.
- [K] V.G. KAC, Infinite dimensional Lie algebras, Third ed., C.U.P., Cambridge 1990
- [S1] J-P. SERRE, Algèbres de Lie semi-simples complexes, W.A. Benjamin, Inc, New-York, 1966
- [S2] J-P. SERRE, Représentations linéaires des groupes finis, Hermann, Paris, 1967
- [S3] J-P. SERRE, Cours d'Arithmétique, P.U.F., Paris, 1970

**DISCOURS DES PRÉSIDENTS
DE LA SMAI ET DE LA SMF¹**

Alain DAMLAMIAN & Mireille MARTIN-DESCHAMPS
président de la SMAI & présidente de la SMF

Monsieur le Ministre Délégué, Mesdames et Messieurs les Présidents, chers collègues,

Nous sommes heureux de vous accueillir à la Maison de France.

Nos sociétés savantes, la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles, et la Société Mathématique de France, ont souhaité organiser cette réception à l'occasion du Congrès International des Mathématiciens.

Nous avons bénéficié de l'aide précieuse de l'Ambassade de France, notamment par l'intermédiaire du Conseiller pour la Science et la Technologie, que nous tenons à remercier chaleureusement.

Il y a quatre ans, au congrès de Zürich, deux mathématiciens français, Pierre-Louis Lions et Jean-Christophe Yoccoz, avaient obtenu une médaille Fields, en compagnie de Jean Bourgain, dont on connaît les liens avec la France, et Efim Zelmanov. Cette année, les lauréats sont deux anglais, Richard Borcherds et Timothy Gowers, un américain, Curtis McMullen, et un russe résidant en France, Maxim Kontsevich. Nous tenons à les féliciter tous les quatre, sans oublier le récipiendaire du prix Nevanlinna, Peter Shor, américain lui aussi. Ce congrès a été également l'occasion d'apporter une reconnaissance unanime à Andrew Wiles pour l'extraordinaire démonstration qu'il a donnée du fameux dernier théorème de Pierre de Fermat.

Depuis qu'il a quitté l'ancienne Union Soviétique en 1990, Maxim Kontsevich a séjourné dans les plus prestigieux centres de recherche occidentaux, en particulier au Max Planck Institut für Mathematik à Bonn, où il a passé en tout plus de trois années. Nous voulons particulièrement le remercier d'avoir maintenant choisi de s'installer en France, à l'IHES où il est professeur permanent depuis 1995. Il est la preuve de la capacité que possède la France d'accueillir des mathématiciens étrangers de tout premier plan, et par là-même, de la renommée de l'école mathématique française. Nous nous réjouissons du message de félicitations adressé à Maxim Kontsevich par notre ministre, Claude Allègre.

¹Discours prononcé à l'occasion de la réception donnée par la SMAI et la SMF à l'ambassade de France le 26 août 1998.

Puisque nous sommes ici les hôtes du ministère des affaires étrangères, nous nous tournons vers ses représentants pour leur demander de poursuivre leur soutien : la France doit continuer à attirer les meilleurs étudiants, les meilleurs post-docs, les meilleurs chercheurs confirmés de par le monde, que ce soit pour qu'ils restent chez nous et y apportent leur contribution, ou, pour la majorité d'entre-eux, afin qu'ils retournent chez eux tout en conservant des contacts privilégiés avec notre pays. Il en va du rayonnement de la France ! Dans cet esprit, nous saluons la décision récente du gouvernement de faciliter l'accueil des chercheurs étrangers en France par la création d'une catégorie de visa scientifique, mais nous ne pouvons que constater que sa mise œuvre n'est pas encore satisfaisante.

La France mathématique se porte plutôt bien, comme le prouve le nombre important de conférenciers à ce congrès qui ont été formés en France ou qui y vivent. Vos succès, Chers Collègues, sont surtout dus à votre travail et à votre talent. Mais ils témoignent aussi de la qualité du système éducatif, des institutions, des laboratoires, bref d'un effort collectif.

Nous avons quelques raisons d'être moins rassurés en ce qui concerne l'avenir : les mathématiques et notamment leur place dans l'enseignement sont sujettes à critiques. Aurons-nous demain les moyens de former dans nos lycées les conférenciers des futurs congrès internationaux ? Un signal d'encouragement, comme certaines des phrases prononcées durant la séance inaugurale dans le message du président fédéral Roman Herzog et dans le discours du ministre fédéral Jürgen Rüttgers, ne pourra qu'être très apprécié par notre communauté.

Une vision simplificatrice peut conduire à distinguer d'une part les mathématiques « pures », sans utilité pratique, et d'autre part les mathématiques appliquées, concernées par des problèmes concrets. Les travaux exposés dans ce congrès, et notamment par certains conférenciers venant de France, montrent bien qu'il y a continuité entre mathématiques pures et appliquées, et confirment que les mathématiques dans leur ensemble constituent l'un des fondements d'une société de technologie avancée.

Nous voudrions terminer par un hommage à un géant des mathématiques de ce siècle, André Weil, disparu le 6 août dernier, à l'âge de 92 ans. En 1926, André Weil fut le premier parmi les jeunes intellectuels français à faire le voyage en Allemagne après la première guerre mondiale. Révolté par le chauvinisme en vogue, il savait bien qu'à l'époque, c'était en Allemagne que se faisaient les meilleures mathématiques, et que c'était là qu'il fallait venir les apprendre. Vingt ans plus tard, après la deuxième guerre mondiale, Henri Cartan tentait de rembourser cette

dette envers l'école allemande en jetant les premiers ponts d'une coopération scientifique nouvelle qui n'a cessé depuis de fleurir.

Rassemblés aujourd'hui à Berlin, c'est évidemment cette idée-là de coopération que nous célébrons avec nos collègues venant aussi bien d'Europe que du reste du monde.

Nous vous souhaitons une bonne fin de congrès et vous donnons rendez-vous dans quatre ans à Pékin.

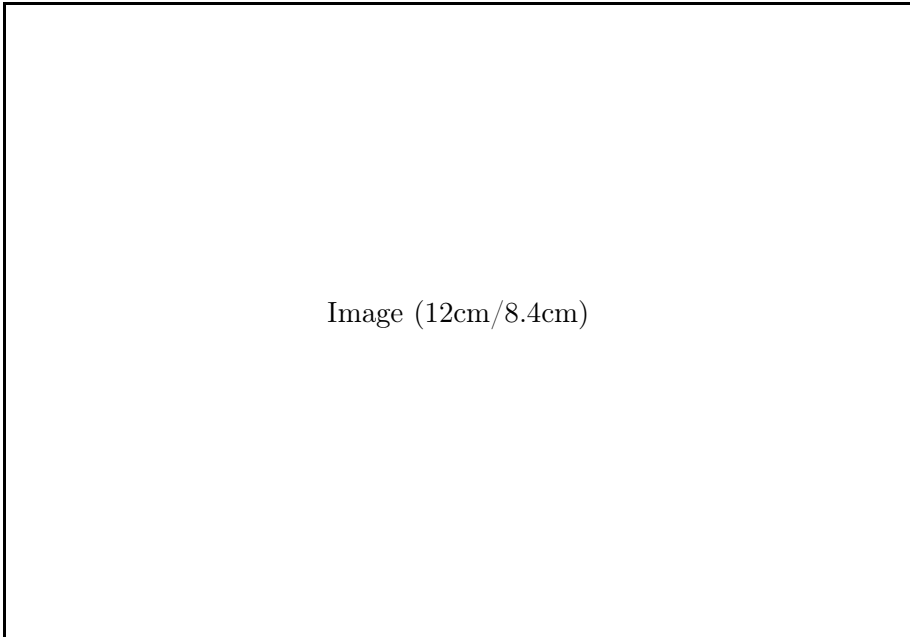


Image (12cm/8.4cm)

P. Shor, A. Wiles, C. McMullen, M. Kontsevich, W. Gowers et R. Borcherds

CROQUIS DE BERLINKarine CHEMLA & Jean-Louis NICOLAS

Le Congrès International des Mathématiciens 98 a eu lieu à Berlin du 18 au 27 août 1998. La cérémonie d'ouverture se tenait au Palais des congrès de Berlin. Après différents discours, Yuri Manin et David Mumford dévoilèrent les décisions des comités qu'ils présidaient : Andrew Wiles obtient « a special tribute », Richards Borcherds, Timothy Gowers, Maxim Kontsevich et Curtis Mc Mullen obtiennent la médaille Fields, et Peter Shor le prix Nevanlinna.

Les autres activités du congrès se déroulèrent à la Technische Universität, près du Kudamm, en plein centre de Berlin ex-ouest. Il était très agréable, pendant les pauses, d'aller flâner dans le quartier, plein de boutiques et de cafés. Mais il n'était pas moins intéressant de pouvoir découvrir le Berlin en chantier, transition entre la ville déchirée d'hier et le futur centre politique de l'Allemagne de demain.

C'était la première fois depuis 1904 que le Congrès International des Mathématiciens se tenait en Allemagne. Les pouvoirs publics allemands se sont réjouis de trouver là un témoignage de ce que la communauté mathématique allemande se voyait à nouveau admise à part entière au sein de la communauté internationale. Plusieurs manifestations d'histoire des mathématiques sont venues marquer la réflexion que l'évènement peut susciter. Une après-midi consacrée aux rapports mathématiques qu'entretenaient les scientifiques berlinois avec leurs collègues d'autres villes allemandes et de l'étranger a permis d'évoquer le centre mathématique que fut Berlin dans la seconde moitié du XIX^e siècle. Mais un accent tout particulier fut mis sur les événements qui affectèrent la communauté mathématique allemande après la prise du pouvoir par les Nazis. Une exposition que la société mathématique allemande (DMV) avait pu organiser grâce au travail de l'historien des mathématiques Reinhard Siegmund-Schultze, « Terror and Exile », montrait les dommages subis par les mathématiques berlinoises en conséquence de l'exil imposé à une partie non négligeable de son élite. L'exposition évoquait également la responsabilité qui incombait aux scientifiques en vue, tels Bierberbach, qui, par conviction ou par opportunisme, avaient travaillé en bonne intelligence avec les Nazis. Au cours d'une session également consacrée à cette sombre période de l'histoire, Joël Lebowitz et Herbert Mehrstens ont également souligné la responsabilité que nous portons tous de veiller

à ce que mémoire soit faite. Par contraste, il était étonnant que les mathématiques de la période postérieure à 1945 ne soient l'objet d'aucun commentaire.

Le 19 août en fin d'après midi, à 7h30, était annoncée une conférence d'Andrew Wiles. Dès 7h, le grand amphithéâtre de la Technische Universität n'avait plus de sièges libres et les derniers arrivants durent s'asseoir sur les marches ou s'entasser debout dans les espaces libres. Andrew Wiles fut présenté par Don Zagier, qui souligna que, malgré la renommée exceptionnelle que lui avait apportée la démonstration du théorème de Fermat, il était resté modeste. Dans son exposé, intitulé « Twenty years of Number Theory », A. Wiles rappela les étapes qui l'avaient conduit à résoudre le problème de Fermat en citant les noms d'un grand nombre de ceux dont les travaux avaient contribué à permettre de clore la question. S'adressant à un large public, il ne rentra pas dans les « détails ». Pour terminer, il énonça une liste de problèmes de théorie des nombres non encore résolus. A la fin il fut salué par une *standing ovation* impressionnante. Cette conférence restera certainement comme un très grand moment des congrès internationaux des mathématiciens.

Les organisateurs avaient demandé à tous les conférenciers invités de préparer des exposés accessibles à un large public, car lors des précédents congrès, de nombreux participants s'étaient plaints de ne rien comprendre. Il semble qu'un réel effort ait été fait dans ce sens.

Une assez large place a été réservée à la présentation de logiciels de calculs tels que MAPLE, MATHEMATICA ou PARI. Les orateurs disposaient d'un ordinateur qui se projetait sur l'écran de l'amphithéâtre. En plus des trois cités précédemment, furent présentés une quinzaine d'autres logiciels. Le présentateur de MATHEMATICA, Michael Trott, a affirmé qu'il savait calculer l'intégrale multiple suivante

$$\int \int \int \int \int \int \left| \det \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix} \right| dx_1 dx_2 dx_3 dy_1 dy_2 dy_3$$

sur l'hypercube $[0, 1]^6$, c'est à dire calculer la surface moyenne d'un triangle dont les trois sommets sont des points pris au hasard dans un carré de côté 1. Le résultat est $\frac{11}{144}$.

Il y eut également une session sur les publications électroniques, une autre sur les problèmes pédagogiques et didactiques, et une réunion organisée par le groupe « Femmes et Mathématiques ». Des films mathématiques, qui avaient été sélectionnés au cours d'une compétition organisée pendant la durée du Congrès, ont aussi été projetés.

Pour l'occasion, un timbre spécial a été imprimé par la Bundespost, d'un montant de 1,10 mark, c'est-à-dire 110 pfennigs. Dans sa présentation, le ministre des postes a observé que 110 s'écrivait de trois façons différentes comme somme de trois carrés et a détaillé l'ensemble des résultats mathématiques qui avaient été inscrits dans le graphisme du timbre.

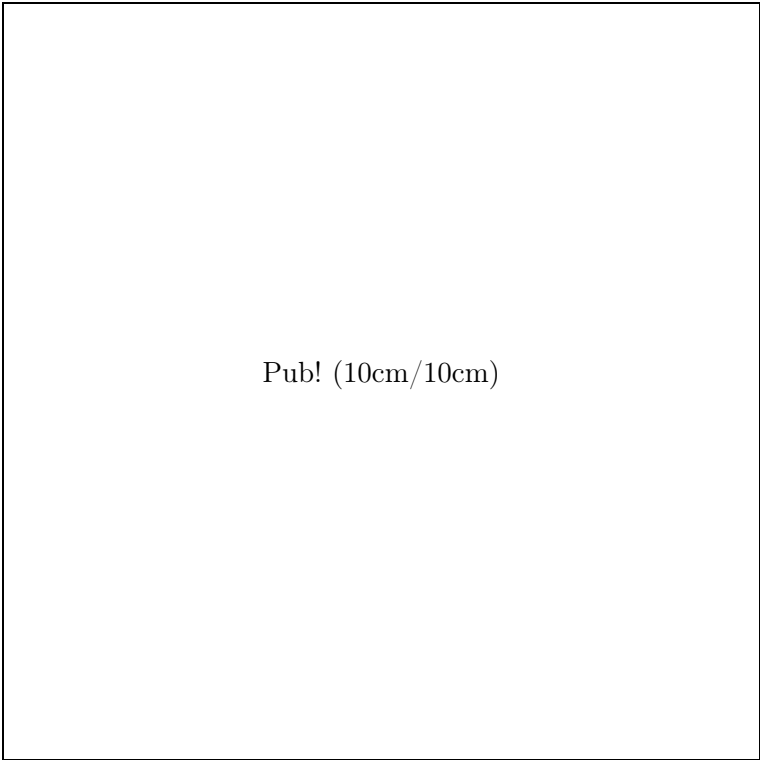
Le mardi 26, les services culturels français à Berlin et à Bonn organisaient une réception au cours de laquelle la présidente de la SMF, Madame Martin-Deschamps, et le président de la SMAI, Monsieur Damlamian, prononcèrent le discours que l'on a pu lire plus haut.

Le prochain congrès aura lieu à Pékin, du 20 au 28 août 2002. On peut dès maintenant obtenir des informations sur la Toile :

<http://www.cms.org.cn>

ou envoyer un mél à la Société Mathématique de Chine :

cms@math08.math.ac.cn



Pub! (10cm/10cm)