LIVRES

COMPTES RENDUS

An Elementary Probability

David Stirzaker

Cambridge University Press.

Le calcul des probabilités et la statistique sont enseignés à l'Université, dès la première année de D.E.U.G., en option ou en module obligatoire. Dès lors, l'exposé doit s'adapter aux outils dont disposent réellement les étudiants. La difficulté ne réside pas tant dans le choix des thèmes susceptibles d'être exposés, a priori fort nombreux que dans les moyens de parvenir à l'utilisation effective de ces outils par les étudiants, quels que soient leur orientation et choix futurs. Cet objectif apparaît d'autant plus essentiel que le calcul des probabilités même "élémentaires " doit pouvoir être réutilisé en informatique, physique, biologie, géologie, sciences de l'ingénieur, sciences sociales ou économiques. Aussi combiner la maîtrise des concepts fondamentaux du calcul des probabilités avec l'apprentissage de ces techniques dans un ouvrage directement utilisable par l'étudiant seul, constitue une qualité remarquable, dont se trouve doté le livre de David STIRZAKER.

Le livre est divisé en neuf chapitres, eux-mêmes subdivisés en sections comprenant l'énoncé de proposition et/ou de théorème(s) et la résolution complète et exhaustive d'exercices (examples). De plus, chaque chapitre se termine par environ une dizaine d'exercices complètement rédigés et enfin par l'énoncé d'une quantité assez abondante (en moyenne, 40) d'exercices de difficulté et longueur variables, pour lesquels l'auteur a rassemblé en fin d'ouvrage indications succinctes et réponses plus ou moins détaillées. De façon plutôt classique, l'ouvrage traite, dans l'ordre, de la notion de probabilité (1), de probabilité conditionnelle et indépendance (2), combinatoire (3), variables aléatoires numériques discrètes (4), vecteurs aléatoires discrets (5), fonctions génératrices et applications (6), variables aléatoires numériques continues (7), vecteurs aléatoires à composantes continues (8), et enfin chaînes de Markov (9). Sans entrer dans le détail du contenu de chaque section, nous voulons souligner le choix judicieux et la variété des situations étudiées (les marches aléatoires, par exemple, sont constamment sollicitées), ainsi que l'impression gratifiante que retire le lecteur de ne pas être entraîné sans raison dans les contrées que l'auteur nous fait visiter.

L'aspect le plus original et le plus réussi de l'ouvrage est l'interaction constante entre l'énoncé des propriétés et propositions et la résolution d'exemples directement inspirés par la matière de celles–ci : ces exemples servent autant d'applications directes de ce qui vient d'être énoncé que de prétextes pour progresser. Ce procédé s'avère d'autant moins pesant que le style des exercices formant variation autour du thème principal frappe l'imagination par la diversité des situations modélisées, la clarté de l'expression (l'énoncé est volontairement peu ou *pas du tout mathématisé), et la cohérence qui préside à leur choix tout le long du livre. Ainsi, les curiosités les plus classiques – ruine du joueur, protocole d'expérience, fiabilité, simulation, paradoxe de Bertrand, aiguille de Buffon, processus génétiques et de branchement, et bien d'autres encore – sont-elles abordées mezza voce avec à-propos et discernement. Ce style vivant et alerte s'accompagne aussi d'une touche d'English humour, qui n'exclut pas des commentaires tout à fait éclairants sur le sens des situations et des objets mathématiques utilisés.*

L'une des qualités potentielles de ce livre de cours–exercices est surtout la faculté d'être utilisé par l'étudiant pour travailler seul ou de pouvoir servir à un usage parallèle en travaux dirigés et pour un travail personnel autonome. Pour des étudiants français ou francophones, il leur faudrait accepter de lire et travailler en langue anglaise mais, même s'ils encourent les foudres des gardiens de notre langue, l'exercice vaut d'être couru...

Marc BRUNAUD
Université Denis Diderot- Paris VII

The Arithmetic and Spectral Analysis of Poincaré Séries

James W. Cogdell et Ilya Piatetskii-Shapiro

Perspectives in Mathematics, vol. 13

Les séries de Poincaré dont il s'agit ont été introduites par A. Selberg en 1965 ([8]). Elles concernent un sous-groupe discret G du groupe $PSL_2(\mathbf{R})$ des automorphismes du demi-plan supérieur $Im(z) > 0$, pour lequel l'espace quotient correspondant $G\backslash PSL_2(\mathbf{R})$ n'est pas compact, mais son volume - pour une mesure invariante sous le groupe - est fini : on dit qu'il s'agit d'un groupe fuchsien de première espèce. La plus simple des séries de Poincaré relative au groupe $PSL_2(\mathbf{Z})$ est la somme sur l'orbite par $PSL_2(\mathbf{Z})$ de la fonction partie imaginaire de la fonction $(Imz)^s e^{(2i\pi Im(z))}$. On obtient une fonction périodique en la partie réelle, de période 1. On calcule ses coefficients de Fourier en décomposant cette orbite en réunion d'orbites du sous-groupe des translations entières du demi-plan; ceci fait apparaître une somme de fonctions de Bessel pondérées par des sommes de Kloosterman, la plus classique étant $\sum e^{(2i\pi((x+y)/n))}$, la somme portant sur l'hyperbole $xy = 1$ de $(\mathbf{Z}/n\mathbf{Z})^2$. D'autre part, on dispose - au moins théoriquement - de la décomposition spectrale de la représentation régulière du groupe $PSL_2(\mathbf{R})$ dans l'espace $L^2(PSL_2(\mathbf{Z})\backslash PSL_2(\mathbf{R}))$. Ceci donne un cas de la formule de Kutzenov (1977, voir [7]) trouvée indépendamment par Bruggemann (1978, voir [1]), reliant l'expression géométrique à l'expression spectrale de séries de Poincaré attachées à des groupes fuchsiens de première espèce.

En fait, on veut une formule valable pour assez de fonctions-tests, pour pouvoir l'appliquer à des questions de théorie analytique des nombres (par exemple en direction de la conjecture de Linnik sur le comportement de sommes de sommes de Kloosterman, ce qu'ont obtenu notamment Deshouillers-Iwaniec [2]) et à l'étude du comportement du spectre du Lapla-

cien.

La partie essentielle de cet ouvrage donne une démonstration, élégante et conceptuelle, de la formule de Kutzenov-Bruggemann, reposant sur l'analyse harmonique du groupe $PGL_2(\mathbf{R})$*. Les auteurs interprètent toutes les notions en termes de concepts naturels de la théorie des représentation (fonctionnelles de Whittaker, modèles de Kirillov, facteurs L des représentations et équations fonctionnelles) introduits par Gelfand-Graev-Piatetskii-Shapiro-Kirillov ([4]), et Jacquet-Langlands ([6]). Les questions de convergence ne sont pas éludées, et la moitié de cette partie concerne l'application aux fonctions zeta que Selberg a attachées aux sommes de Kloosterman. La formule des traces relatives de Jacquet conduit aussi à cette formule de Kutzenov-Bruggemann : voir ses travaux avec Lai [5].*

La seconde partie, due à Piatetskii-Shapiro, étudie les questions analogues pour un corps de fonctions d'une variable sur un corps fini. Le groupe $PGL_2(\mathbf{R})$ *est remplacé par le groupe* $PGL(2)$ *pris sur les adèles de ce corps et le sous-groupe* G *par le groupe* $PGL(2)$ *pris sur le corps. Les travaux de Jacquet-Langlands permettent de retrouver les concepts cidessus, et Drinfeld([3]) ayant démontré la conjecture de Petersson-Ramanujan dans ce cas, l'analogue de la conjecture de Linnik est prouvé dans cette seconde partie.*

Cet ouvrage montre encore l'élégance de la formulation, et de leur démonstration, de questions de théorie analytique des nombres en termes d'analyse harmonique; il permet de vérifier aussi la nécessité d'une solide connaissance d'analyse classique.

Références :

[1] Bruggeman, R.W., *Fourier Coefficients of Automorphic forms, Lecture Notes in Mathematics* n° *865, Springer 1981.*

[2] Deshouillers, J.-M., et Iwaniec, H., *Kloosterman sums and Fourier coefficients of cusp-forms, Invent. Math. 70 (1982), 219-188.*

[3] Drinfeld, V.G., *Langlands conjecture for* $GL(2)$ *over function fields, in Proc. Int. Congress Math Helsinki 1978, vol. 2, pp. 565-574.*

[4] Gelfand, I.M., Graev, M.I., et Piatetskii-Shapiro, I.I., *Representation theory and automorphic functions, W.B. Saunders and* C°, *Philadelphia 1969.*

[5] Jacquet, H., et Lai, K.F., *A relative trace formula, Comp. Math. 54 (1985), 243-310.*

[6] Jacquet, H., et Langlands, R.P., *Automorphic Forms on* $GL(2)$*, Lecture Notes in Mathematics* n° *114, Springer 1970.*

[7] Kutznetsov, N., *Petersson's conjecture for cusp-forms of weight zero and Linnik's conjecture. Sums of Kloosterman sums, Math. Sbornik 39 (1981), 299-342.*

[8] Selberg, A., *On the estimation of Fourier coefficients of modular forms, in Proc. Symp. Pure Math VIII (1965), 1-15.*

Paul GERARDIN
Université Denis Diderot– Paris VII