

---

 LA REFORME DU CALCULUS AUX U.S.A.
 

---

Une Interview d'E. DUBINSKY

**I**L y a un peu plus de cinq ans maintenant, une réforme de grande ampleur s'est engagée aux U.S.A. Elle concernait l'enseignement du *calculus*, dont la sclérose était dénoncée par des mathématiciens comme Lax et Steen.

"Among our many educational crimes, that one that bears the greatest responsibility for the shortage of young americans choosing mathematics, physics or engineering as careers may very well be the wretched way we teach calculus" écrivait à l'époque Peter Lax.

Comment cette réforme s'est-elle engagée? Quelles en ont été les principes moteurs? Quels en ont été les effets? C'est ce que nous avons demandé à Ed Dubinsky, professeur à l'université de Purdue, responsable d'un des projets subventionnés et éditeur, depuis sa création il y a six ans, du journal "UME Trends"<sup>1</sup>.

Q. : Depuis quelques années, une réforme de grande ampleur de l'enseignement du *calculus* s'est engagée aux U.S.A. Pourquoi cette réforme?

R. : Les difficultés rencontrées par les étudiants pour comprendre et appliquer les idées du *calculus* ont toujours préoccupé les enseignants aux Etats-Unis comme dans d'autres pays, mais c'est il y a une quinzaine d'années que le problème est devenu véritablement aigu, sans doute du fait de l'afflux massif des étudiants vers les cours de *calculus*. Dès le début des années 80, il est devenu évident que cet enseignement ne marchait pas : moins de la moitié des étudiants finissait par réussir et seul un faible pourcentage y parvenait de façon honorable. Il n'était même pas sûr d'ailleurs que ceux qui réussissaient brillamment avaient bien compris les concepts enseignés car ils étaient incapables d'appliquer les résultats et techniques du *calculus* dès que l'on sortait du cadre des situations familières.

C'est à ce moment que se créa, à l'initiative de Tony Ralston de l'université de Buffalo, un groupe de réflexion cherchant une alternative à l'enseignement classique du *calculus*. On s'y demandait notamment si les étudiants devaient tous commencer leurs études universitaires par un cours de *calculus*, s'il ne serait pas plus raisonnable d'enseigner des mathématiques discrètes pendant les deux premières années universitaires.

Cette suggestion suscita une grande controverse et il apparut à cette occasion que, même si la majorité des mathématiciens se retrouvaient d'accord pour critiquer l'enseignement du *calculus* tel qu'il fonctionnait, ils ne souhaitaient pas le supprimer, fut-ce dans des cas particuliers. Ce qu'ils souhaitaient fortement, c'était l'organisation, à grande échelle, d'une véritable réforme du *calculus*.

Q : Quand et comment cette réforme a-t-elle donc commencé? Avec quels moyens?

R : Le mouvement pour la réforme du *calculus* démarra en fait avec un colloque organisé en 1986 par la fondation Alfred P. Sloan et, l'année suivante, une rencontre organisée par le Conseil National de la Recherche. Ces deux rencontres donnèrent lieu à des rapports qui appelaient à la réforme et, à la fin de 1987, La National Science Foundation (N.S.F.) annonça le lancement d'un vaste programme de financement. Le programme initial était prévu sur cinq ans et correspondait à 10 millions de dollars

---

<sup>1</sup> Note de la rédaction : nous nous sommes appuyés, pour préparer cet entretien et en rendre compte, sur diverses sources (cf. les références qui terminent l'article) ainsi que sur les informations transmises à la rédaction de la Gazette par J.F. Méla que nous tenons à remercier ici.

environ. Il fut prolongé pour une durée équivalente avec approximativement le même financement. Les premières subventions furent accordées en 1988. Grâce au soutien de la N.S.F., universités, collèges et lycées se lancèrent individuellement dans la réforme, avec des projets de taille et d'envergure très variées. Mais il faut souligner aussi qu'il y eut un nombre important de projets lancés et réalisés sans aucun support financier.

Q : Comment ont été choisis les projets soutenus ?

R : Les projets soutenus ont été sélectionnés à partir de propositions formelles par la N.S.F., l'évaluation des propositions étant faite essentiellement sur la base de rapports de pairs. Pour les projets non soutenus par la N.S.F., il suffisait d'obtenir l'accord de l'établissement concerné.

Q : Ces projets, vous l'avez dit, étaient d'initiative individuelle. Revisaient-ils pour autant sur des principes communs ?

R : Au départ, la plupart des projets se sont centrés sur l'intégration de nouvelles technologies<sup>2</sup> comme les systèmes de calcul formel et les langages mathématiques de programmation dans le curriculum. On pensait que le contenu de l'enseignement en serait profondément modifié, que de nombreuses parties du calculus disparaîtraient et que l'on pourrait introduire en revanche ce que l'on appelait "des problèmes du monde réel". Au début, c'était l'idée dominante. Peu de projets cherchaient à introduire de nouvelles formes pédagogiques comme l'enseignement coopératif, d'autres formes d'enseignement que le cours magistral, par exemple la réalisation de projets longs par les étudiants, ou à mettre l'étudiant en situation de construire ses connaissances par interaction l'interaction avec l'ordinateur. Un seul projet était explicitement relié à une recherche didactique.

Le temps passant, beaucoup réalisèrent qu'en fait le problème essentiel n'était pas celui des contenus d'enseignement, que peu de changements étaient réellement nécessaires ou même seulement possibles à ce niveau. L'attention s'est aujourd'hui déplacée vers des préoccupations plus pédagogiques et didactiques comme celles citées plus haut. Mais il faut remarquer que même si la nécessité de lier les projets de rénovation à la recherche sur l'enseignement et l'apprentissage est maintenant reconnue, le nombre des projets où ceci est effectivement réalisé n'a guère augmenté.

Q : Et au delà de ces grandes tendances communes, y avait-il des différences importantes ?

R : A mon avis, même si chaque projet se voulait différent des autres, les similarités l'emportaient la plupart du temps sur les différences. Dans beaucoup de projets, l'essentiel de la rénovation consistait à faire utiliser par les étudiants des ordinateurs et calculatrices graphiques pour produire des graphes de fonctions données par des expressions et pour résoudre des problèmes numériquement.

Il y a bien sûr des exceptions, la plupart du temps d'ordre pédagogique ou concernant l'utilisation interactive des ordinateurs, qui ont conduit à des projets réellement

<sup>2</sup> Note de la rédaction : les technologies introduites sont extrêmement variables : de la calculatrice HP28S à un environnement Mathematica comme dans le projet de l'université d'Illinois, mais il semble que la nature du matériel utilisé soit en fait de peu d'importance. Les nouvelles technologies, quelles qu'elles soient, ont conduit à donner moins d'importance à l'apprentissage de techniques calculatoires, à accorder en revanche plus d'importance aux explorations numériques et graphiques. Elles ont conduit aussi à relativiser le rôle des cours magistraux et se sont accompagnées de la mise en place de laboratoires de mathématiques où se déroulent une importante partie voire la quasi-totalité des activités des étudiants. Elles ont été en fait le moteur d'une évolution des contenus et des méthodes pédagogiques qui aurait peut-être, comme le souligne le rapport *Priming the Calculus Pump*, pu être obtenue par d'autres moyens.

originaux. Je dirais qu'il y a eu en gros 6-7 projets réellement différents, le reste n'étant que variations<sup>3</sup>. Il y a aussi des projets plus récents où l'on a choisi d'implanter le cours de Calculus produit dans un autre projet, parfois avec des modifications spécifiques. Ces projets sont maintenant assez nombreux et montrent la progression de la diffusion des innovations à travers tout le pays.

Q : Finalement, cinq ans après le lancement des premiers projets, que ressort-il des innovations et travaux menés ?

R : A mon avis, à la fois des résultats importants et des questions non résolues. Pour ce qui est des résultats :

- a. Beaucoup de personnes pensent maintenant que les questions essentielles pour la réforme du calculus ne sont pas des questions de contenu mais plutôt des questions d'ordre pédagogique.
- b. La nécessité de recherches sur la façon dont les étudiants apprennent le calculus est maintenant largement reconnue.
- c. Les mathématiciens professionnels sont devenus beaucoup plus conscients de la nécessité d'une réforme.
- d. Un certain nombre de questions importantes concernant l'enseignement et l'apprentissage du calculus ont été soulevées et précisées.
- e. On a développé et implanté un ensemble d'innovations tout à fait intéressantes.
- f. Et, finalement, les enseignants qui se sont engagés dans cette réforme ont beaucoup appris.

Pour ce qui est des questions ouvertes :

- a. Il n'y a pas eu de réel changement des pratiques d'enseignement. Bien que beaucoup d'enseignants soient maintenant favorables à certaines pratiques nouvelles, on ne sait pas combien de temps cela peut prendre, ni même tout ce qui serait engagé dans une telle évolution.
- b. La réforme du calculus s'est pour l'instant peu diffusée. Plus l'innovation est importante, moins les projets diffusent et de manière générale, dans le processus de diffusion, la part d'innovation a systématiquement tendance à se réduire.
- c. On dispose enfin de très peu de données pour savoir dans quelle mesure l'apprentissage du calculus s'est ou ne s'est pas trouvé amélioré par les innovations réalisées<sup>4</sup>.

Q : Vous soulignez que les changements sont lents et ne répondent pas tout à fait à vos attentes mais comment s'est organisée la diffusion de la réforme et peut-on dire quand même que l'enseignement du calculus au Etats-Unis est globalement en train de bouger ?

R : Une certaine publicité a été donnée à cette réforme sous forme de rapports,

<sup>3</sup> Note de la rédaction : parmi les projets introduisant les changements les plus radicaux, on citera notamment le projet de Purdue University où l'enseignement est organisé autour de la programmation dans un langage particulier : ISETL, en liaison avec une modélisation de type Piagétien du développement cognitif, le projet des Five Colleges où l'accent est mis sur le lien avec la résolution de problèmes réels : *Calculus in Context*, le projet de Duke University intitulé : *Mathematics as a Laboratory Course* où il n'y a pratiquement plus de cours classiques et où sont seulement pris en compte dans l'évaluation les rapports de labo et les projets, le projet of Illinois, le plus informatisé, au contenu très lié à la puissance de Mathematica, avec une heure de cours par semaine, le reste du temps au labo (Mac disponibles de 10h à 22h).

<sup>4</sup> Note de la rédaction : il est unanimement souligné en revanche dans les rapports que les étudiants engagés dans ces nouveaux cursus fournissent un travail considérable et que les enseignants qui y participent ont le sentiment d'être embarqués dans une aventure passionnante.

d'articles publiés dans les revues lues par les mathématiciens, grâce aussi à quelques articles publiés dans les média. Mais il faut reconnaître que la responsabilité de la diffusion est surtout laissée aux initiatives individuelles : les équipes qui participent à la réforme publient des manuels (il existe actuellement environ une dizaine de nouveaux manuels associés à tel ou tel projet), donnent des conférences, organisent des ateliers ou mini-cours dans les congrès, mettent en place des universités d'été...

C'est vrai, le changement est encore faible mais il est visible. La question maintenant est de savoir s'il va se poursuivre malgré la réduction des moyens accordés à la réforme ou si les tendances conservatrices naturelles vont reprendre le dessus et nous amener progressivement à une situation globale qui différera peu de celle dont nous sommes partis.

Q : Les mathématiciens se sont-ils réellement engagés dans cette réforme ?

R : Sans aucun doute. Cette réforme est presque entièrement l'oeuvre de la communauté mathématique.

De plus, récemment, les deux plus grandes associations professionnelles mathématiques des U.S.A., à savoir l'American mathematical Society (A.M.S.) et la Mathematical Association of America (M.A.A.) ont constitué un comité commun pour la recherche sur l'enseignement au niveau "undergraduate" (C.R.U.M.E.). Ce comité, en collaboration avec l'American Mathematical Association of Two Year Colleges (A.M.A.T.Y.C.) et le National Council for Teachers of Mathematics (N.C.T.M.), sponsorise un certain nombre d'activités. La plus importante est peut-être la publication d'une série annuelle d'ouvrages intitulés : "Research in collegiate Mathematics Education" (R.C.M.E.). Ces ouvrages visent à la publication des meilleurs articles de recherche dans ce domaine et l'on encourage vivement les chercheurs du monde entier à soumettre des articles. On espère que R.C.M.E. deviendra à terme une revue normale. Les éditeurs actuels en sont James Kaput, Alan Schoenfeld et moi-même et le premier volume devrait sortir incessamment.

Q : Quelles lectures conseillez-vous au lecteur français qui souhaiterait en savoir plus ?

R : Plusieurs volumes ont été publiés dans les Notes et Reports Series de la Mathematical Association of America (M.A.A.). Je suggérerai en priorité le N° 17 : "Priming the Calculus Pump" réalisé par le Committee on Calculus Reform and the First Two Years, qui trace un premier bilan de la réforme, le N° 20 : "The Laboratory Approach to Teaching Calculus" de L. Carl Leinbach et al. et le N° 24 : "Symbolic Computation in Undergraduate Mathematics Education" de Zaven A. Karian. La plupart des projets importants sont décrits dans ces rapports que l'on peut commander à la M.A.A. et, si l'on souhaite plus d'informations sur un projet donné, on peut ensuite écrire directement aux équipes concernées.

Q : Vous êtes éditeur de la "Newsletter U.M.E. Trends". Pouvez-vous nous dire quelques mots sur ce journal ?

R. : La création de la Newsletter UME Trends portant sur l'enseignement des mathématiques au niveau "undergraduate" est une des retombées de la réforme. Créée il y a six ans, elle a été soutenue financièrement par la N.S.F. pendant les deux premières années et vit maintenant de façon autonome. Elle est publiée par le "Joint Policy Board for Mathematics" et paraît six fois par an. Le tarif de l'abonnement est de 24 \$ pour les personnes demeurant hors des Etats-Unis. Cette publication comporte seize pages, fournit des informations sur toutes les activités menées aux

U.S.A. en relation avec l'enseignement des mathématiques au niveau undergraduate. Elle rend compte aussi d'actions internationales, par exemple des activités du groupe "Psychology of mathematics Education" et publie à l'occasion des reportages sur l'enseignement dans d'autres pays. En 1992, par exemple, elle a publié un rapport de B. Cornu concernant la réforme de la formation des maîtres en France.

**Quelques adresses et références :**

Quelques publications du M.A.A. concernant plus spécialement le calculus (1529 Eighteenth street NW, Washington DC 20036) - MAA Notes :

N° 7 : Toward a Lean and Lively Calculus, Ronald G. Douglas, Editor

N° 8 : Calculus for a New Century, Lynn A. Steen, Editor

N° 17 : Priming the Calculus Pump : Innovations and Resources, Committee on Calculus Reform and The First Two Years, a subcommittee of the Committee on the Undergraduate Program in Mathematics, Thomas W. Tucker, Editor

N° 19 : Visualization in Teaching and Learning Mathematics, Committee on Computers in Mathematics Education, Steve Cunningham and Walter S. Zimmermann, Editors

N° 20 : The Laboratory Approach to Teaching Calculus, L. Carl Leinbach et al., Editors

N° 24 : Symbolic Computation in Undergraduate Mathematics Education, Zaven A. Karian, Editor

N° 25 : The concept of Function : Aspects of Epistemology and Pedagogy, Ed Dubinsky and Guershon Harel, Editors

Signalons également l'article de D. O'Shea : "Calculus in Context" relatif au projet mis en place dans les "Five Colleges", un des projets les plus novateurs, publié dans le numéro spécial de la Gazette de la S.M.F. "Renouveler l'Enseignement (premier cycle universitaire et classes préparatoires)", supplément au numéro 48 paru en avril 1991.

Signalons aussi les Actes du groupe de travail intitulé : "Students' Difficulties in Calculus" du Congrès ICME 7 à Québec, août 1992, édités par M. Artigue et G. Ervynck, dont quelques exemplaires sont encore disponibles (s'adresser à M. Artigue) et qui permettent de se faire un idée plus globale de l'évolution de l'enseignement du calculus dans le monde et des problèmes rencontrés dans ce domaine.

---

*RECTIFICATIF*

---

**LES TABLES RONDES  
DU PREMIER CONGRES EUROPEENS DE MATHÉMATIQUES**

Bernard PRUM

A la suite d'une erreur matérielle, le dossier "Les Tables Rondes du Premier Congrès Européen de Mathématiques", publié dans le dernier numéro 57 de la Gazette et dont l'auteur est Bernard PRUM, responsable de l'organisation des Tables Rondes, a été attribué à Fulbert MIGNOT.

La Gazette prie Bernard PRUM, Fulbert MIGNOT et ses lecteurs de l'excuser de cette erreur.