PRÉFACE

Les 24, 25 et 26 mars 2000, nous avons organisé à la faculté des sciences de l'université Jean Monnet de Saint-Étienne, un colloque sur le thème « revêtements algébriques ». Une soixantaine de participants ont assisté, pendant ces trois journées, à une série d'exposés sur le sujet. Notre objectif fut triple. En premier lieu, présenter les bases algébriques élémentaires pour la bonne compréhension du sujet, puis donner un aperçu de l'état de la recherche dans le domaine et enfin permettre la présentation de travaux récents.

L'arithmétique des revêtements est un thème de recherche en particulière ébullition depuis une trentaine d'années. L'intérêt central de ce sujet est lié à la *problématique inverse de Galois* : « tout groupe fini est-il groupe de Galois d'une extension de $\mathbb{Q}$? » La forme moderne de ce problème, que l'on appelle le *problème régulier*, est de savoir si tout groupe fini apparaît comme groupe de Galois d'une extension régulière de $K(T)$ (où K désigne un corps quelconque). Le théorème d'irréductibilité de Hilbert assure que si le problème régulier est vrai pour $K = \mathbb{Q}$ alors tous les groupes finis sont effectivement groupes de Galois d'une extension de $\mathbb{Q}$. L'intérêt du problème régulier (et c'est ce qui en fait l'approche moderne du problème inverse) est qu'il y a une correspondance entre les extensions régulières de $K(T)$ et les revêtements de $\mathbb{P}^1$ définis sur K. On possède donc un angle d'attaque géométrique. En particulier, on espère que certaines propriétés arithmétiques liées au corps K assurent effectivement la bonne réalisation de revêtements sur K. L'étude des revêtements algébriques porte ainsi principalement sur les revêtements de courbes. Il s'agit donc d'une traduction géométrique de problèmes d'arithmétique des corps, le langage géométrique étant, pour certaines situations, mieux adapté. Une multitude d'idées, d'objets et de méthodes liés à cette approche, nourrit maintenant cette branche.

L'objectif de ce colloque était donc la présentation de ces idées, objets et méthodes. On y a parlé principalement de théorie inverse de Galois, d'espaces de modules de revêtements (espaces de Hurwitz), de problèmes de descente, de géométrie rigide et de dessins d'enfants à la Grothendieck. Il y a eu, parallèlement à la présentation de ces thèmes, toute une série d'exposés (donnés pour la plupart par de jeunes chercheurs) de travaux précis de recherche.

Le volume d'actes que nous présentons ici veut refléter l'état d'esprit de ce colloque. La plupart des articles présentés mélangent les trois aspects dont on vient de parler. Après une présentation du thème, on effectue un survol de l'état actuel de la recherche sur le sujet et, au gré de l'auteur, on s'attarde sur certains points précis (souvent fruit du travail de ce dernier). D'autres articles, en revanche, revêtent volontairement un aspect plus traditionnel d'articles de recherche. L'émergence de la théorie des revêtements, comme théorie d'importance en mathématiques, crée un besoin d'ouvrages de recherche de base, de présentation générale et d'initiation au langage (espaces de modules, gerbes, champs etc.). Ces ouvrages n'existent, pour l'instant, pas vraiment dans la littérature (en particulier dans la littérature de langue française). Nous espérons que ce recueil comblera cette lacune et constituera un bon et agréable outil pour découvrir le sujet. En particulier, on trouvera en annexe de ce volume un mini-cours sur les revêtements topologiques et algébriques.

Plusieurs organismes nous ont soutenus pour l'organisation de ces journées. Leur soutien, moral et financier, fut très important pour la bonne réussite de cette manifestation. Je tiens donc à remercier ici vivement le C.N.R.S., le réseau Diophante, le conseil scientifique de l'université Jean Monnet, la mairie de Saint-Étienne et le conseil général de la Loire. Je tiens aussi à remercier Nicolas Brisebarre et François Foucault avec qui j'ai organisé ces journées et bien évidemment merci à ceux sans qui rien n'eut été possible : les auteurs, les orateurs et les participants.

Bruno Deschamps