

- [9] BODIN, A. (2007) What does Pisa really assess, in S. Hopman, G. Brinek, M. Retzl (eds) : PISA according to PISA. Wien : Lit Verlag.
- [10] BODIN, A. (2006) Les mathématiques face aux évaluations nationales et internationales. De la première étude menée en 1960 aux études TIMSS et PISA ... en passant par les études de la DEP et d'EVAPM. Communication séminaire de l'EHESS. Repères IREM, n° 65, octobre 2006.
- [13] KARI ASTALA, SIMO K. KIVELÄ, PEKKA KOSKELA, OLLI MARTIO, MARJATTA NÄÄTÄNEN, KYÖSTI TARVAINEN, and 201 mathematics teachers in universities and polytechnics : The PISA survey tells only a partial truth of Finnish children's mathematical skills, Site de SOLMU <http://solmu.math.helsinki.fi/>

Accès aux documents complémentaires

- [5] De nombreux documents et, en particuliers les questions rendues publiques et commentées sont téléchargeables à l'adresse : <http://web.me.com/antoinebodin/pro/> Page « ÉTUDES INTERNATIONALES PISA ».
- [11] Les rapport internationaux, en anglais et en français, peuvent être téléchargés à l'adresse : <http://www.pisa.oecd.org/>.
- [12] Les documents et études officiels français peuvent être téléchargés sur le site du ministère à l'adresse : <http://www.education.gouv.fr/pid53/evaluation-statistiques>.

Nouveaux programmes de mathématiques en classe de seconde : une analyse

Daniel Duverney¹

Bien que la réforme du lycée ait été reportée à la rentrée 2010, les changements de programmes réalisés à la rentrée 2008 en troisième dans le cadre du « Socle commun de compétences et connaissances » rendent nécessaire une réécriture des programmes de mathématiques de seconde pour la rentrée 2009.

Cette réécriture, essentiellement réalisée par l'Inspection Générale de mathématiques, est soumise à consultation jusqu'au 15 mai 2009. Les propositions de nouveaux programmes se trouvent sur le site d'*Eduscol*².

Le but de cette note est de fournir des éléments d'analyse sur ces nouveaux programmes, pour que les adhérents de la SMF puissent faire part de leurs réactions et que la Commission Enseignement puisse se prononcer, en avançant éventuellement des propositions de modifications. Le site Internet de la SMF, dans la rubrique « Réforme du lycée » rendra compte de l'évolution de la réflexion.

Notons d'abord que ces projets de nouveaux programmes présentent des aspects indéniablement positifs :

- une claire réhabilitation du raisonnement et de la démonstration comme une composante fondamentale de la démarche mathématique ;
- une incitation au développement de l'argumentation et de l'entraînement à la logique ;
- une réhabilitation des notations et du vocabulaire mathématique ;
- l'introduction d'outils logiciels et de l'algorithmique comme composante incontournable de la formation mathématique ;

¹ Lycée Baggio, Lille.

² http://eduscol.education.fr/D0015/consult_Maths.htm

– une introduction du calcul des probabilités et statistiques centrée plus sur les probabilités « géométriques » que sur l'approche fréquentielle liée à l'expérience statistique.

Cependant, dans ce cadre général, qui constitue une rupture relative et bienvenue par rapport aux précédentes réformes du lycée, ces propositions de programme laissent place à des améliorations, dont nous allons essayer de démontrer la nécessité.

L'objectif général

Le programme proposé s'inscrit dans la logique de la réforme du lycée : la classe de seconde, classe de détermination, où les mathématiques jouent de fait un rôle important de sélection³, doit tenir compte des différentes possibilités d'orientations ultérieures. Ainsi, le programme de mathématiques de seconde doit s'adresser à tous les élèves, et ne doit pas être principalement conçu comme une préparation à la voie scientifique de première et terminale, qui occasionnerait des difficultés à une majorité d'élèves.

Pour autant, doit-on en conclure que « les capacités attendues doivent être en nombre relativement limité et maîtrisées par tous les élèves », comme le préconisent ces propositions de nouveaux programmes ?

La réponse est sans hésitation négative. Une telle conception, qui semble imposer de fait 100% de réussite, empêche a priori toute différenciation pédagogique et conduit à réduire les « capacités attendues » à un minimum commun, largement en deçà des capacités réelles d'une importante partie des élèves de seconde.

Cet alignement des capacités attendues sur les élèves les plus faibles était déjà perceptible dans le « socle commun des compétences et connaissances », inscrit dans la loi d'orientation de 2005. La SMF et les autres sociétés mathématiques avaient à l'époque tenté d'alerter les pouvoirs publics sur le danger, pour l'avenir de notre enseignement scientifique et technologique, d'un socle commun minimal qui prendrait la place du programme, sans être le moins du monde écoutées⁴.

Il faut écarter des programmes cet objectif irréaliste. Le système de notation sur 20 permet une prise en compte efficace de la différenciation : une moyenne de 10 signifie, en principe, que les capacités attendues sont maîtrisées de manière satisfaisante (en quantité et en qualité), sans priver les élèves plus capables ou plus travailleurs de trouver un enseignement à leur niveau et à leur goût.

La lecture des propositions de programme pour la classe de seconde montre que, conformément à ce qui est écrit dans le préambule, les capacités attendues sont en nombre limité et, pour tout dire, insuffisant. Il convient d'en augmenter la liste ; nous ferons quelques propositions plus loin.

³ On reproche beaucoup à la communauté mathématique ce rôle de sélection. Rappelons tout de même que le français et l'anglais jouent un rôle de sélection tout aussi important, et sont sans aucun doute plus discriminants socialement que les mathématiques.

⁴ Voir « Socle commun et objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques », <http://smf.emath.fr/VieSociete/PositionsSMF/Soclefinalavril2006.html>

« Techniques » et « résolution de problèmes »

Pour compenser ce niveau d'exigence visiblement très bas en termes de connaissances et de capacités, le projet de programme affirme que « l'objectif de formation pour chaque élève est ambitieux et centré sur la résolution de problèmes. L'acquisition de techniques, certes indispensable, n'est pas un objectif en soi, mais est au service de la pratique du raisonnement, qui doit être la base de l'activité mathématique des élèves. »

Cette affirmation mérite une étude approfondie. Le mot « problème » pose en lui-même question. En effet, la plupart des techniques utilisées en mathématiques vise à résoudre des problèmes de manière rapide et efficace ; elles se présentent d'ailleurs souvent sous la forme d'algorithmes.

Par exemple, l'algorithme de résolution de l'équation du second degré est tout à fait adapté à la grande majorité des élèves de seconde. Pourtant, la résolution de cette équation a été, pendant des siècles, avant la mise au point de cet algorithme, un problème redoutable.

Bien sûr, si un problème est plus complexe, on devra s'aider du raisonnement pour débrouiller la situation ; mais peut-on prétendre sérieusement qu'on saura résoudre de « vrais » problèmes si on ne dispose pas déjà d'une panoplie de techniques, d'une « boîte à outils » mathématique ? Cette boîte à outils doit se constituer et se maîtriser d'abord, et progressivement, par des exercices d'entraînement systématiques, si ennuyeux que ceux-ci puissent paraître parfois.

Il n'est pas évident, en outre, que les jeunes détestent à ce point « faire des gammes ». Il s'agit en effet d'une activité relativement rassurante où, le plus souvent, « le travail paye ». Ce n'est pas toujours le cas de la recherche de problèmes plus difficiles, où il n'existe aucune méthode standard, et qui peut décourager nombre d'élèves moyens et faibles, mais sérieux.

Certes, il convient d'équilibrer les deux types d'activités. Mais prétendre compenser les lacunes d'un enseignement systématique de techniques mathématiques par un entraînement à la résolution de problèmes est certainement une erreur pédagogique.

Les propositions de nouveaux programmes de seconde manifestent ainsi une nette insuffisance dans l'entraînement au calcul algébrique. On pourrait ajouter les rubriques suivantes :

- pratique soutenue d'équations se ramenant au premier degré ;
- équation du second degré (coefficients entiers numériques) ;
- pratique régulière des identités remarquables $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ et des techniques élémentaires de factorisation ;
- pratique régulière de la résolution de systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues.

L'introduction de l'informatique

L'introduction de l'informatique en cours de mathématiques est indispensable. Toutefois, influencée par la tendance « expérimentale » de l'enseignement de la physique qui règne en maître depuis 15 ans⁵, cette introduction vise, dans la proposition

⁵ Et destinée à reprendre des « parts de marché » dans les choix de spécialité ou d'options par les élèves, notamment au niveau du baccalauréat.

de nouveau programme de seconde, à développer la « possibilité d'expérimenter ». Elle « ouvre largement la dialectique entre l'observation et la démonstration et change profondément la nature de l'enseignement. »

Pour le coup, c'est sans doute accorder à l'outil logiciel un pouvoir excessif : les choses qui se « voient » ont-elles réellement besoin d'être démontrées ? Ne risque-t-on pas, en encourageant cette démarche et en la parant de toutes les vertus pédagogiques, de finalement favoriser la « démonstration empirique » qu'appelait de ses vœux Claude Allègre⁶ ?

Certes, on peut imaginer qu'utiliser l'outil logiciel de manière systématique changera la nature de l'enseignement et rendra les élèves plus « actifs » en permettant une réelle « pédagogie d'investigation ». Il s'agit là d'une illusion. Elle a été dénoncée depuis longtemps par les promoteurs mêmes du Nuffield Project pour la physique, qui écrivaient :

« On peut regretter aujourd'hui qu'à la suite des projets Nuffield l'idée de tout fonder sur l'expérience pratiquée par les élèves se soit à ce point installée dans la conscience des professeurs que d'autres activités également valables ont eu tendance à disparaître. Aujourd'hui, il est facile de trouver une leçon de sciences où les élèves sont actifs avec leurs mains – et on peut dire, actifs avec bonheur – mais pas du tout actifs avec leurs esprits. »⁷

Le résultat sera le même en mathématiques. Fonder l'enseignement des mathématiques sur une approche « expérimentale » rendue possible par l'utilisation d'outils logiciels conduira, comme en physique depuis 15 ans, au déclin du raisonnement logico-déductif (contrairement à l'objectif affiché du projet de programme), avec des conséquences graves sur notre enseignement scientifique et technologique supérieur.

Donc, oui à l'introduction de l'utilisation de l'informatique et de bases d'algorithmique en cours de mathématiques en seconde. Non à la « pédagogie d'investigation » élevée au rang de dogme pédagogique, une activité dévoreuse de temps et aux résultats incertains. La résistance opiniâtre d'une grande partie des enseignants du secondaire à l'introduction de l'informatique en mathématiques vient d'ailleurs probablement d'un désaccord profond sur le rôle qu'on entend lui faire jouer⁸. Ce désaccord est justifié, comme l'était en son temps celui sur les excès des « maths modernes ».

L'introduction des techniques informatiques doit donc être raisonnable. Par exemple, en seconde, la résolution de l'équation du second degré, la résolution d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues, la résolution d'une équation de la forme $f(x) = 0$ par la méthode de dichotomie fournissent des exemples de techniques simples et utiles, qui peuvent se travailler d'abord « à la main », puis se traduire par des algorithmes non triviaux et être exploitées en séances de travaux pratiques sur machine, accessibles à tous les élèves.

⁶ « L'enseignement des sciences au lycée », *Bulletin Officiel*, Hors série n° 2 du 30 août 2001, page 8, <http://www.education.gouv.fr/bo/2001/hs2/default.htm>

⁷ John Ogborn, « Les anglo-saxons sont-ils différents ? » in « Les sciences au lycée, un siècle de réforme des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger », Vuibert INRP, 1996, pages 273-285.

⁸ Sur ce sujet et ses liens avec l'épreuve pratique de mathématiques au bac S, voir pour plus de détails <http://educmath.inrp.fr/Educmath/en-debat/epreuve-pratique/d-duverney>

La place de la géométrie

Cette priorité accordée dans les propositions de nouveaux programmes à l'utilisation « expérimentale » d'outils logiciels se traduit, puisque cette activité est grande consommatrice de temps, à la suppression de pans entiers du programme, en particulier de la géométrie. Ne subsistent que quelques notions très élémentaires de géométrie analytique plane : droites et intersections de droites.

La disparition de toute géométrie du programme de seconde est inacceptable, pour plusieurs raisons :

- la géométrie fait partie de la culture mathématique commune que nous souhaitons voir acquérir par tous les élèves. La simplicité apparente de ses objets (points, droites, triangles, cercles, vecteurs, qui se « voient » tout autant que des colonnes de chiffres sur l'écran d'un ordinateur) et les possibilités esthétiques qu'ils offrent⁹ plaident d'emblée pour que la géométrie occupe une place significative dans le programme.

- si on souhaite réhabiliter le raisonnement et la recherche de problèmes, il est curieux de supprimer la partie des mathématiques qui, à ce niveau, permet de présenter et mettre en œuvre des démonstrations significatives et instructives.

- enfin, les élèves de seconde qui se dirigeront vers des études scientifiques et techniques ont besoin d'un entraînement à la vision géométrique, centrale notamment en physique et en génie mécanique.

Voici quelques propositions pour un enseignement de géométrie en seconde, qui pourraient figurer dans le programme :

- triangles semblables. Relations trigonométriques dans le triangle rectangle. Théorème de Pythagore (démonstration).

- théorème de l'angle inscrit (démonstration). Tangente en un point d'un cercle. Tangentes menées d'un point à un cercle. Cercles inscrits et circonscrits à un triangle.

- somme des angles d'un triangle (démonstration). Surface du triangle (démonstration).

- vecteurs du plan (définis par leurs composantes), traduction géométrique en termes de « bipoints » (sans introduire ce mot). Somme de deux vecteurs, produit d'un vecteur par un scalaire ; exemples de « combinaisons linéaires ». Colinéarité de deux vecteurs. Relation de Chasles. Norme d'un vecteur ; relation avec le théorème de Pythagore.

On notera que les vecteurs ont désormais disparu du programme de troisième. Il est indispensable qu'ils soient maintenus en seconde, non seulement pour les besoins des futurs scientifiques, mais aussi pour les futurs élèves de la voie économique et sociale : la vision géométrique des « vecteurs » du plan est, en effet, un point d'appui précieux pour l'introduction ultérieure de notions de calcul matriciel.

⁹ Voir par exemple le récent livre de Géry Huvent, « Sangaku, le mystère des énigmes géométriques japonaises », Dunod ; une bonne partie des énoncés colorés qui y sont proposés sont accessibles au niveau de la classe de seconde.

L'enseignement des probabilités et statistiques

Comme nous l'avons dit, les propositions de nouveaux programmes de seconde proposent de réhabiliter le langage de l'algèbre de Boole pour aborder l'étude des probabilités et statistiques et de fonder l'introduction des probabilités sur la notion d'équiprobabilité, contrairement aux programmes précédents qui privilégiaient le principe des fréquences et l'approche statistique.

Cette façon de présenter les probabilités et statistiques paraît plus simple et évite la difficulté, réelle, de la détermination expérimentale pratique de la probabilité d'un événement. Il ne s'agit pas ici de nier l'intérêt ni l'importance de ce problème, mais il paraît trop difficile pour être abordé au niveau de la classe de seconde, et donc les propositions de programmes semblent aller dans la bonne direction.

Toutefois, la partie « échantillonnage », qui vise à entraîner les élèves à la simulation statistique, devrait disparaître. Elle n'a pas sa place à ce niveau et semble avoir pour objet de faire manipuler un tableur pour arriver à un « questionnement ». Nous retrouvons ici le rôle alloué à l'informatique dans ces propositions de nouveaux programmes ; le temps passé à ces « expérimentations » serait sans l'ombre d'un doute du temps perdu.

L'étude des séries statistiques qui figure, à juste titre, dans les propositions de programme, suffit à organiser des séances de travaux pratiques où les élèves manipuleront un tableur.

Les « thèmes d'étude »

La réforme du lycée proposée par le ministère était une réforme précipitée. Son retrait a lui-même été précipité.

Ainsi, un premier programme a été rédigé en hâte, en trois semaines, par une commission restreinte de six personnes sur la base d'un tronc commun de 3h30 hebdomadaires complété par un module semestriel optionnel. Le retrait de la réforme a conduit l'Inspection Générale aux propositions que nous analysons ici. Celles-ci sont destinées à être mises en œuvre dans le cadre de la classe de seconde actuelle (4h hebdomadaires), de façon en principe transitoire ; dans ce cadre, les « thèmes d'étude » proposés dans le projet, reliquat du projet de programme du module semestriel optionnel, n'ont aucune raison d'être. Les 15 à 20 heures qui sont proposées pour leur mise en œuvre seront plus utilement employées à d'autres tâches, d'autant que deux des thèmes proposés paraissent trop difficiles dans le cadre des « mathématiques pour tous » en seconde.

Conclusion

Les désaccords exprimés ici sur ces propositions de nouveaux programmes sont des désaccords de fond, qui portent sur les objectifs mêmes de l'enseignement des mathématiques pour tous. On l'a vu, le problème porte sur l'introduction de l'informatique conçue comme un outil de mise en œuvre d'une « pédagogie d'investigation ». Grande dévoreuse de temps, cette façon de concevoir les processus d'apprentissage conduit à alléger les objectifs opérationnels et la maîtrise des éléments techniques des mathématiques.

La « pédagogie d'investigation » a été largement mise en œuvre dans le cadre de l'enseignement de la physique par l'introduction d'un enseignement

« expérimental » lors de la « rénovation pédagogique des lycées » en 1992¹⁰. Elle a fortement affaibli l'enseignement de la physique et provoqué la disparition de pans entiers de cette discipline dans l'enseignement secondaire : statique des solides et des fluides, moment d'une force par rapport à un axe, transferts de chaleur, aspect corpusculaire de la lumière (ne subsiste que l'aspect ondulatoire). Le tout s'est accompagné d'une diminution drastique de la modélisation mathématique, et a provoqué l'effondrement de l'enseignement de la physique dans l'enseignement supérieur.

Nos collègues physiciens finiront bien par retrouver le chemin d'une conception plus équilibrée et réaliste de l'enseignement de leur discipline dans le secondaire¹¹ (après tout, les mathématiques sont bien revenues des excès des « maths modernes »). Mais il ne faudrait surtout pas que l'enseignement des mathématiques emprunte la même voie.

On pourrait donc proposer, pour remplacer les « objectifs généraux » qui figurent dans les propositions de nouveaux programmes, le texte suivant :

- « Le programme de mathématiques de seconde doit permettre aux élèves de :
- calculer efficacement (calcul mental, fractions, expressions littérales, résolution d'équations) ;
 - maîtriser les notions de base de la géométrie du plan : droites, points, triangles, cercles, vecteurs ;
 - conduire des raisonnements et des démonstrations élémentaires ;
 - utiliser des outils logiciels (calculatrice et tableur) quand ils s'avèrent utiles. »

La Commission Enseignement de la SMF pourrait se fixer pour tâche de rédiger des propositions précises de contenus, dans le cadre de la consultation proposée par le ministère. Celles-ci pourraient réaliser une synthèse entre les propositions de l'Inspection Générale, les remarques qui précèdent, et les actuels programmes de seconde¹². Ceux-ci, bien que largement ouverts à la « pédagogie d'investigation » et à la « simulation statistique », conserveraient en effet un contenu mathématique consistant, notamment en géométrie et en calcul algébrique.

¹⁰ Extrait du « rapport sur l'enseignement de la physique » (rapport Bergé), 1989 : « Trop peu d'efforts sont faits vers des formes plus actives et autonomes de l'appropriation des savoirs ; il est pourtant bien connu qu'on ne sait bien que ce que l'on est allé chercher soi-même. » <http://home.nordnet.fr/~dduverney/monsite/niveau3/berge.pdf>

¹¹ De ce point de vue, les programmes d'avant la « rénovation pédagogique des lycées », issus des travaux de la commission Lagarrigue, étaient dignes d'éloges.

¹² <ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2001/hs2/mathematiques.pdf>