PRIX ET DISTINCTIONS

Josselin Garnier reçoit le prix Felix Klein

Jean-Pierre Fouque[1]

Josselin Garnier vient de recevoir le prix Felix Klein 2008. Ce prix est décerné tous les quatre ans à un jeune chercheur de moins de 38 ans « pour des travaux utilisant des méthodes sophistiquées pour résoudre des problèmes industriels concrets et difficiles ».

Ce prix est fait pour Josselin, ou Josselin est fait pour ce prix !

J'ai eu le plaisir de diriger la thèse de Josselin à l'École Polytechnique (1994-96) et par la suite d'avoir collaboré avec lui dans une série de travaux sur les ondes en milieux aléatoires et sur le retournement temporel d'ondes acoustiques. C'est un plaisir de présenter ses travaux dans ces quelques lignes. Josselin a plus de cent publications sur plusieurs sujets au carrefour de l'analyse stochastique et de la modélisation de phénomènes physiques par des équations aux dérivées partielles. C'est bien sûr difficile d'être exhaustif et d'aller dans les détails ici mais quelques exemples montreront bien l'importance des travaux de Josselin. Une liste complète de ses publications avec résumés se trouve sur sa page web à :
`http://www.proba.jussieu.fr/~garnier/`

Josselin est devenu un des rares experts mondiaux dans l'art de modéliser des phénomènes physiques en présence d'aléatoire (par des EDP à coefficients aléatoires par exemple), de décrire précisément les échelles présentes (temps, espace, ...), et d'utiliser des résultats limites dans des régimes de séparation de ces échelles pour approcher les quantités intéressantes par des solutions d'équations stochastiques. C'est une longue phrase qui décrit bien la stratégie introduite par George Papanicolaou, notamment dans l'étude de la propagation des ondes en milieux aléatoires.

Dans un de ses travaux de thèse, Josselin étudie la transmission de solitons dans des milieux non linéaires et aléatoires (équations de Schrödinger non linéaires avec potentiel aléatoire par exemple). C'est un très joli travail reposant sur une étude asymptotique de la transformée de scattering, qui permet de prédire l'effet des inhomogénéités du milieu sur la propagation du soliton, sa masse et sa vitesse. L'application au problème de la communication par des fibres optiques a fait le sujet d'une collaboration industrielle avec Alcatel. Josselin est l'auteur de nombreux articles sur les solitons en milieux aléatoires, en particulier en collaboration avec F. Abdullaev à Tashkent.

Le GDR POAN du CNRS (1994-97) a été la source de multiples collaborations impliquant la Propagation d'Ondes en milieux Aléatoires et/ou Non linéaires. Josselin est devenu très rapidement un des principaux chercheurs dans ce groupe

[1] University of California Santa Barbara, USA.

et plus tard a pris des responsabilités importantes dans les GDR qui ont suivi (PRIMA et IMCODE), orientés vers les applications à l'imagerie et à la communication. Par exemple, un des premiers travaux avec le CEA en 1995 a concerné le problème de la saturation dans l'amplification d'impulsions incohérentes dans des milieux non linéaires de type Kerr. Ces travaux ont été très importants pour le développement du Laser Mégajoule dans le programme de recherche sur la fusion. En tant que conseiller scientifique, Josselin a développé un important axe de recherche au CEA (Direction des Applications Militaires) sur ces problèmes mais aussi sur des problèmes de physique des plasmas.

Josselin a été très actif dans les récents efforts de recherche sur l'étude mathématique du retournement temporel mis en évidence dans les années 90 par Matthias Fink et son équipe à l'ESPCI de Paris, en particulier dans le domaine de l'acoustique. Ces expériences ont montré des propriétés surprenantes de refocalisation d'une impulsion après des interactions multiples avec un milieu désordonné. Très succinctement, une impulsion acoustique est envoyée dans un milieu inhomogène (désordonné), l'onde subit des diffractions multiples par ce milieu. Les ondes ainsi transmises sont enregistrées par des « miroirs à retournement temporel », c'est-à-dire transformées en signal digital, mémorisé, et réémis dans le même milieu dans le sens inverse du temps. Du point de vue mathématique le phénomène est maintenant bien compris dans des régimes de séparation d'échelles pour des milieux stratifiés ou dans le régime de l'approximation parabolique. Ces résultats ont un potentiel énorme d'applications en imagerie (acoustique ou satellite), détection, ou communication. Josselin a contribué à un étonnant nombre d'articles sur ce sujet, allant des milieux non linéaires aux guides d'ondes. Très récemment ses travaux sur la « cross-correlation » ont confirmé la possibilité d'imagerie passive par interférométrie cohérente.

Cette courte présentation des travaux de Josselin ne serait pas complète si l'aspect numérique de sa recherche n'était pas mentionné. Josselin est non seulement un expert dans les méthodes numériques utilisées dans sa recherche et les sujets mentionnés plus haut, mais il a aussi contribué à d'importants résultats sur l'utilisation de techniques de particules en interaction dans des méthodes de Monte Carlo. Ces résultats et leur efficacité numérique sont très surprenants. Ils ont été appliqués à l'estimation de probabilités d'événements rares, dans la propagation à travers des fibres optiques, ou à des problèmes de sécurité dans les réacteurs nucléaires par exemple.

Finalement je voudrais noter les nombreuses collaborations que Josselin a su développer au cours de ces dernières années. Du côté industriel, avec le CEA, EDF ou EADS, et du côté universitaire avec des chercheurs de renommée internationale tels que George Papanicolaou et Knut Sølna aux États-Unis, André Nachbin au Brésil, Fatkhulla Abdullaev en Uzbekistan, et Arnold Migus, Pierre-Arnaud Raviart, Claude Bardos et Pierre Del Moral en France.

Josselin Garnier a sans aucun doute un brillant avenir en mathématiques appliquées.

Artur Avila reçoit le prix de la Société Européenne de Mathématiques pour ses travaux en Systèmes dynamiques

Raphaël Krikorian[1]

De nationalité brésilienne, Artur Avila est né en 1979 à Rio de Janeiro. Il est à Paris depuis 2001 (Collège de France, 2001-03), au Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires (LPMA) de l'université Pierre et Marie Curie depuis 2003, d'abord comme Chargé de Recherche au CNRS, et depuis 2008 comme Directeur de Recherche. Il est depuis 2006 Research Fellow of the Clay Mathematics Institute, attaché à l'Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) à Rio de Janeiro.

Artur Avila a déjà reçu à 29 ans de nombreux prix et distinctions : Cours Pécot en 2005, la médaille de Bronze du CNRS en 2006, le prix Salem en 2006, le *Wolf Memorial Lectures at Caltech* en 2008 et la même année il reçoit le prix de la Société Européenne de Mathématiques (il était également conférencier invité au congrès de la SME 2008).

Les travaux d'Artur Avila portent sur la théorie des systèmes dynamiques, domaine dans lequel il a obtenu de nombreux résultats importants.

Le prix que vient de lui décerner la SME cette année récompense ses remarquables contributions à la dynamique uni-dimensionnelle et holomorphe, à la théorie des opérateurs de Schrödinger quasi-périodiques en dimension 1 et à la théorie ergodique des échanges d'intervalles et du flot de Teichmüller. Comme on le voit, le spectre de compétence d'Artur Avila est vaste.

Ensembles de Julia infiniment renormalisables (*cf.* [4])

L'ensemble de Julia d'une application quadratique (ou plus généralement d'une application rationnelle du plan complexe) est l'endroit de l'espace des phases (le plan complexe) où l'on trouve les comportements chaotiques de cette dynamique. Les ensembles de Julia sont donc des objets importants car c'est finalement autour d'eux que s'organise la dynamique et il est naturel de chercher à calculer la dimension de Hausdorff de ces ensembles qui sont souvent fractals. L'étude des applications de type quadratique (réelles ou complexes) repose pour une grande part sur la notion de renormalisation : une application quadratique est renormalisable si on peut définir son application de retour dans une zone bien choisie de l'espace des phases contenant le point critique et si cette application de retour est de type quadratique et admet un ensemble de Julia connexe. D'après un théorème de Douady et Hubbard on peut la conjuguer quasi-conformément à une application quadratique qui peut à son tour être renormalisée ou pas. Si ce procédé peut être itéré une infinité de fois on dit que la dynamique initiale est infiniment renormalisable. Artur Avila et Mikhail Lyubich démontrent dans [4] que la famille quadratique réelle contient des paramètres pour lesquels la dynamique correspondante est infiniment

[1] Université Pierre et Marie Curie, Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires.

renormalisable et possède un ensemble de Julia de dimension de Hausdorff strictement plus petite que 2. Ce résultat est étonnant car il va à l'encontre de l'intuition que les spécialistes du domaine s'étaient forgés. En effet, on sait depuis Sullivan et Thurston que de nombreux objets ou phénomènes en dynamique holomorphe ont des analogues dans la théorie des groupes kleinien ; ainsi, les ensembles de Julia correspondent aux ensembles limites des groupes kleiniens. Or, le résultat d'Avila et Lyubich est un exemple où cette correspondance est prise en défaut puisque l'ensemble limite d'un groupe kleinien est de dimension de Hausdorff strictement plus petite que 2 si et seulement si le groupe est géométriquement fini[2] (Bishop et Jones [7]).

Échanges d'intervalles et Flot de Teichmüller (*cf.* [1], [5], [2])

Les échanges d'intervalles sont une généralisation naturelle des translations sur le cercle : prenons l'intervalle $[0,1]$, découpons-le en d intervalles $I_1,\ldots,I_d$ de longueurs pas nécessairement égales et permutons-les (par translations) suivant une permutation fixée $\sigma : \{1,\ldots,d\} \to \{1,\ldots,d\}$. L'application que l'on obtient est un échange d'intervalles. Une rotation sur un cercle est un échange d'intervalles particulier sur deux intervalles. Un échange d'intervalles est donc déterminé par le nombre d'intervalles, leurs longueurs et la permutation σ. C'est une transformation qui préserve la mesure de Lebesgue et dont on peut étudier les propriétés ergodiques. Katok a ainsi démontré ([10]) qu'un échange d'intervalles n'est jamais mélangeant et Masur ([12]) et Veech ([15]) ont démontré que presque tout échange d'intervalles est uniquement ergodique (la seule mesure de probabilité invariante est la mesure de Lebesgue). Ce que démontrent Avila et Forni dans [1] c'est que presque tout échange d'intervalles (on exclut les rotations) est faiblement mélangeant[3] fournissant ainsi une réponse positive à une question ancienne.

Les échanges d'intervalles apparaissent naturellement quand on considère des flots de translation sur des surfaces de translation[4] : si on regarde l'application de premier retour du flot (disons) vertical sur un segment fixé bien choisi on obtient un échange d'intervalles ; cette construction peut être inversée. Il est donc important de comprendre les flots de translation sur les surfaces de translation. Une autre motivation est que les billards dans des polygones rationnels du plan font naturellement apparaître des surfaces de translation (qui sont d'un type particulier). Si on note $\mathcal{M}_\kappa$ l'espace des modules des différentielles abéliennes sur la surface M dont les singularités sont de type κ donné (les ordres des zéros de la différentielle abélienne) – on parle alors d'une strate de l'espace des modules de

[2] Un groupe kleinien est géométriquement fini si, vu comme groupe de transformations conformes de $\mathbb{B}^3$, il admet un domaine fondamental qui est un polyèdre avec un nombre fini de faces.

[3] Une transformation T sur l'espace mesuré (X,m) est faiblement mélangeante si pour tous ensembles mesurables A,B, il existe un ensemble d'entiers N de densité positive pour lequel $\lim_{n\to\infty, n\in N} m(T^{-n}A\cap B) = m(A)m(B)$; de façon équivalente la transformation $\varphi \mapsto \varphi\circ T$ est un opérateur unitaire sur $L^2(X,m)$ dont la seule valeur propre est 1 et sans fonctions propres en dehors des constantes.

[4] Une surface de translation est une variété compacte M de dimension 2 avec un ensemble fini de singularités coniques et munie d'un atlas dont les changements de cartes sont des translations de $\mathbb{R}^2$; de façon équivalente c'est une surface de Riemann compacte sur laquelle on a choisi une 1-forme holomorphe non-nulle (une différentielle abélienne).

l'ensemble des différentielles abéliennes (ou de l'ensemble des surfaces de translations) – on sait depuis Masur ([12]) et Veech ([16]) qu'il existe une mesure μ_κ finie, absolument continue, sur chaque composante connexe du sous-ensemble $\mathcal{M}_\kappa^{(1)}$ de $\mathcal{M}_\kappa$ constitué des différentielles abéliennes d'aire normalisée, qui est invariante, ergodique et non-uniformément hyperbolique pour le flot de Teichmüller[5]. Avila et Forni démontrent alors que pour μ_κ-presque toute surface de translation et presque tout angle θ le flot de translation dans la direction de θ est faiblement mélangeant. La preuve de ce résultat et celle du théorème mentionné plus haut sur les échanges d'intervalles mêlent de façon subtile des idées venant de la renormalisation (algorithme de Rauzy, flot de Teichmüller) et de la théorie des systèmes dynamiques non-uniformément hyperboliques : en particulier, elles utilisent de façon non-triviale la non-uniforme hyperbolicité du cocycle de Kontsevich-Zorich ([11]) au-dessus du flot de Teichmüller démontrée par Forni ([9]).

Avila et Viana démontrent en fait beaucoup plus ([5]) : les exposants de Lyapunov du cocycle de Kontsevich-Zorich sont simples et par conséquent les exposants de Lyapunov (non triviaux) du flot de Teichmüller le sont également. Les auteurs ramènent la preuve de ces résultats à des théorèmes (nouveaux) sur les exposants de Lyapunov de cocycles au-dessus de dynamiques qui ont une certaine hyperbolicité.

Enfin, Avila, Gouezel et Yoccoz démontrent dans [2] que le flot de Teichmüller est en fait exponentiellement mélangeant pour des observables Hölder. Une conséquence de ce résultat est l'existence d'un trou spectral pour l'action de $SL(2,\mathbb{R})$ sur l'espace des modules.

Le problème des dix Martinis (*cf.* [3])

Artur Avila et Svetlana Jitomirskaya donnent une solution complète au problème popularisé par Barry Simon (après une offre de Mark Katz en 1981) sous le nom de « The ten Martini Problem » : *Prouver que le spectre de l'opérateur presque Mathieu*[6] *est un ensemble de Cantor pour toute fréquence irrationnelle et toute constante de couplage non nulle.* Ce problème qui est resté ouvert longtemps (c'est le problème n°4 de la liste de Simon [8]) a été conjecturé il y a une quarantaine d'année par Azbel ([6]) et a attiré l'attention de nombreux mathématiciens de la théorie spectrale et des systèmes dynamiques ces vingt-cinq dernières années. C'est un véritable défi car pour le résoudre il faut être capable de surmonter trois difficultés que l'on rencontre souvent quand on étudie des problèmes de petits diviseurs : c'est un problème non perturbatif, il n'y a pas d'hypothèses arithmétiques sur la fréquence et enfin il n'y a pas d'exclusion de paramètres possible. La preuve qu'A. Avila et S. Jitomirskaya donnent de ce remarquable résultat est magnifique. Elle utilise tout le savoir accumulé ces trois dernières décennies sur les opérateurs de Mathieu quasi-périodiques (en particulier la dualité d'Aubry) mais également de nouveaux arguments. Un des points de départ de

---

5 Si on visualise une différentielle abélienne comme la donnée de deux feuilletages transverses (vertical et horizontal), le flot de Teichmüller écrase par un facteur e^{-t} le feuilletage vertical et dilate par un facteur e^t le feuilletage horizontal.

6 C'est l'opérateur défini sur $l^2(\mathbb{Z})$

$$(H_{\lambda,\alpha,\theta}u)_n = u_{n+1} + u_{n-1} + 2\lambda\cos(2\pi(\theta + n\alpha))u_n;$$

λ est la constante de couplage, α la fréquence et θ la phase.

la preuve est un résultat de Bourgain et Jitomirskaya ([8]) sur la continuité des exposant de Lyapunov, qui permet à A. Avila et S. Jitomirskaya de mettre en œuvre deux techniques éprouvées pour attaquer le problème : d'une part celle de la réductibilité des cocycles quasi-périodiques, d'autre part par celle de la localisation d'Anderson (le lien entre les deux étant la dualité d'Aubry)[7] . Disons que le point de vue de la réductibilité des cocycles permet de traiter le cas où la fréquence est plutôt de type Liouville, tandis que le point de vue de la localisation d'Anderson s'applique au cas où la fréquence est diophantienne (ces conditions dépendent de la constante de couplage). Heureusement, ces deux régimes se recouvrent, ce qui permet de démontrer le théorème à l'issue d'une longue preuve par l'absurde.

Les trois thèmes que j'ai développés dans le texte, qui constituent une partie seulement des travaux d'Artur Avila, illustrent clairement, je l'espère, la virtuosité et la profondeur de ce mathématicien de talent.

Références

[1] A. Avila, G. Forni – « Weak mixing for interval exchange transformations and translation flows », *Annals of Mathematics* (2) **165** (2007), n° 2, p. 637–664.

[2] A. Avila, S. Gouëzel, J.-C. Yoccoz – « Exponential mixing for the Teichmüller flow », *Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci.* (2) **104** (2006), n° 2, p. 143–211.

[3] A. Avila, S. Jitomirskaya – « The ten Martini problem », À paraître dans *Annals of Mathematics*.

[4] A. Avila, M. Lyubich – « Hausdorff dimension and conformal measures of Feigenbaum Julia sets », *J. Amer. Math. Soc.* **21** (2008), n° 2, p. 305–363.

[5] A. Avila, M. Viana – « Simplicity of Lyapunov spectra : proof of the Zorich-Kontsevich conjecture », *Acta Math.* (2) **198** (2007), n° 1, p. 1–56.

[6] M. Ya. Azbel – « Energy spectrum of a conduction electron in a magnetic field »*Sov. Phys. JETP* **19** (1964), p. 634–645.

[7] C. J. Bishop, P. W. Jones – « Hausdorff dimension and Kleinian groups », *Acta Math.* **179** (1997) n° 1, p. 1–39

[8] J. Bourgain, S. Jitomirskaya – « Continuity of the Lyapunov exponent for quasiperiodic operators with analytic potential » (Dedicated to David Ruelle and Yasha Sinai in the occasion of their 65th birthdays) *J. Statist. Phys.* **108** (2002), n° 5–6, p. 1203–1218.

[9] G. Forni – « Deviation of ergodic averages for area-preseerving flows on surfaces of higher genus », *Annals of Mathematics* (2) **155** (2002), n° 1, p. 1–103.

[10] A. Katok – « Interval exchange transformations and some special flows are not mixing », *Israel J. Math* **35** (1980), n° 4, p. 301–310.

[11] M. Kontsevich, A. Zorich – « Lyapunov exponents and Hodge Theory »*arXiv :hep-th/9701164v1* 28 jan. 1997

[12] H. Masur – « Interval exchange transformations and measured foliations »*Annals of Mathematics* (2) **115** (1982), n° 1, p. 169–200.

[13] J. Puig – « Cantor spectrum for the almost Mathieu operator », *Comm. Math. Phys.* **244** (2004), n° 2, p. 297–309.

[14] B. Simon – « Schrödinger operators in the twenty-first century », *Mathematical Physics 2000*, p. 283–288, Imp. Coll. Press. London, (2000).

[15] W. Veech – « Gauss measures for transformations on the space of interval exchange maps », *Annals of Mathematics* (2) **115** (1982), n° 1, p. 201–242.

[16] W. Veech – « The Teichmüller geodesic flow », *Annals of Mathematics* (2) **124** (1986), n° 3, p. 441–530.

[7] Voir aussi le travail antérieur de J. Puig [13] dans des cas particuliers.