

## Choquet et l'enseignement de la Géométrie élémentaire

André Revuz<sup>1</sup>

---

Depuis 1934, date de notre entrée à l'ÉNS, nous avons été, Choquet et moi, unis dans une amitié sans faille, fondée en grande partie sur un même amour des mathématiques et sur un profond intérêt pour leur enseignement à tous les niveaux. Quelques jours avant son 90<sup>e</sup> anniversaire, Choquet m'a rappelé qu'il se considérait avant tout comme un « enseignant-chercheur ». Il y avait eu dans nos premières réactions face aux mathématiques de profondes ressemblances que nous constatâmes assez vite. Au lycée, nous avons été tous les deux passionnés par la Géométrie. Choquet avait eu le 1<sup>er</sup> prix de mathématiques au Concours général et il est clair qu'un esprit « géométrique » a animé toutes ses recherches et son enseignement. Mais tous les deux aussi, nous avons été perturbés par le début des cours de géométrie, où, au lieu de la rigueur que l'on trouvait par la suite et qui nous enchantait, on était confronté à un discours inconsistant dont le sens s'obscurcissait à mesure qu'on voulait le comprendre. Les « démonstrations » des cas d'égalité des triangles me laissaient perplexe, ainsi que d'incroyables énoncés du type : « Un axiome est une proposition vraie que l'on ne peut pas démontrer », qui relevaient d'une épistémologie superficielle et confuse. Et ce qui m'inquiétait, c'était l'impression d'être le seul à éprouver ce malaise. Aussi ce fut pour moi un grand soulagement de constater que Choquet avait rencontré les mêmes difficultés. Mais laissons-lui la parole avec des extraits d'un livre paru en 1955 aux éditions Delachaux et Niestlé, sous le titre « L'enseignement des mathématiques », contenant des articles de E.W. Beth, Choquet, Dieudonné, Lichnerowicz, Gattegno et Piaget, qui avaient fondé en 1950 une CIEAEM (Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques) et qui avaient organisé plusieurs colloques internationaux sur les thèmes suivants :

- 1950 : relations entre le programme mathématique des écoles secondaires et le développement des capacités de l'adolescent.
- 1951 : l'enseignement de la géométrie dans les premières classes des écoles secondaires.
- 1951 : le programme fonctionnel : de l'école maternelle à l'université.
- 1952 : structures mathématiques et structures mentales.
- 1953 : les relations entre l'enseignement des mathématiques et les besoins de la science et de l'industrie.
- 1953 : les rapports entre la pensée des élèves et l'enseignement des mathématiques.
- 1954 : les mathématiques modernes à l'école.
- 1955 : l'élève face aux mathématiques. Une pédagogie qui libère.

L'article de Choquet, de 54 pages, intitulé « Sur l'enseignement de la géométrie élémentaire » commençait par un « Examen critique des manuels » dont voici des extraits :

---

<sup>1</sup> Professeur honoraire à l'université Paris VII

« *La géométrie élémentaire est un beau voyage, mais son départ a souvent lieu dans une ombre douteuse et le chemin suivi traverse des bourbiers profonds, tels celui des déplacements et celui de l'orientation* ».

« *Voici un exemple de commentaire d'un manuel sur les axiomes et les postulats : "Un axiome est une proposition évidente par elle-même. Un postulat est une proposition qu'on admet sans démonstration". Le silence semble préférable à un tel commentaire qui risque d'obscurcir longtemps l'esprit de l'élève.* »

« *Un autre auteur après avoir énoncé l'axiome de la droite : "Par deux points, on peut faire passer une droite et une seule" le commente ainsi : "Nous disons que c'est une propriété caractéristique de la droite".* »

Quant aux démonstrations des cas d'égalité des triangles, Choquet n'avait, lui, pas hésité à leur refuser d'emblée toute validité. Je persiste à être stupéfait que pareilles absurdités aient paru ne gêner que très peu de gens. Cela jette une lumière inquiétante sur la manière dont sont comprises les mathématiques. Est-ce faire preuve d'un pessimisme excessif que de dire que l'enseignement est encore loin de s'être dégagé du modèle multimillénaire de la transmission sans discussion d'une vérité révélée, ce contre quoi Choquet s'est toujours énergiquement élevé.

Choquet n'a cessé de s'attaquer au problème de trouver une axiomatique sans lacune et accessible aux élèves, en en donnant d'ailleurs plusieurs solutions toutes intéressantes. Dans l'article de 1955, il a commencé à étudier les différents aspects de la question. En 1961, il a écrit une « Brochure de l'APM » sur la « Recherche d'une axiomatique commode pour le premier enseignement de la géométrie élémentaire ». En 1961, il a fait paraître chez Hermann un volume sur « L'enseignement de la géométrie ».

On peut constater avec tristesse qu'il a pratiquement prêché dans le désert. Il a montré que plusieurs axiomatiques différentes étaient possibles, ce qui était très intéressant scientifiquement... mais qui allait choisir ? Chaque professeur, semblait penser Choquet. Dans le principe ce serait très sain, mais il faudra sans doute attendre encore longtemps pour que cela soit possible. Il est certain, en outre, que l'épistémologie naïve qui pensait encore qu'un axiome était une proposition « vraie » que l'on ne pouvait pas démontrer est encore présente dans beaucoup d'esprits. La répugnance à mettre en évidence tous les axiomes que l'on utilise – parfois inconsciemment – n'a pas disparu. D'ailleurs, que pensaient les mathématiciens du début du 19<sup>e</sup> siècle ? J'ai souvenir d'une remarque d'Elie Cartan après un exposé de Von Neumann à l'IHP : « *Il nous a montré que les axiomes, ça pouvait servir à quelque chose !* » S'il s'est beaucoup intéressé à l'enseignement de la géométrie élémentaire, il ne s'est pas limité à cette seule discipline. En 1956 et 1957, la SMF et l'APM organisèrent deux séries de conférences qui firent l'objet – sous le titre « Structures algébriques et structures topologiques » – de la Monographie n° 7 de l'Enseignement mathématique (Genève) avec un avertissement signé par Choquet et le Président de l'APM, Gilbert Walusinski, dont j'extrais les lignes suivantes :

« *L'extension rapidement croissante de la recherche, le progrès de plus en plus rapide de la découverte imposent à ceux mêmes des professeurs qui enseignent à des niveaux élémentaires de renouveler leurs connaissances théoriques. Les souvenirs qu'ils ont gardés de leurs études en Faculté doivent être périodiquement rafraîchis. Leur enseignement même doit profiter des nouvelles acquisitions de la science : il faut enseigner aujourd'hui les Mathématiques d'aujourd'hui.* » Il ne serait pas juste

de rappeler les efforts de Choquet pour améliorer l'enseignement sans rappeler les travaux de son fidèle ami C. Gattegno, dont il partageait les conceptions de l'enseignement. En 1965, Gattegno a publié chez Delachaux et Niestlé un livre intitulé « Pour un enseignement dynamique des mathématiques » que Choquet appréciait énormément et qui rassemblait un nombre considérable d'articles écrits entre 1947 et 1963.

Je me contenterai d'en faire deux citations.

En 1947 : « *On a tout simplement oublié que l'enfant est, en définitive, l'agent de sa propre compréhension et le créateur de son savoir* ». Cette remarque largement approuvée par Choquet semble avoir été très mal comprise par certains qui veulent y voir, ou feignent d'y voir une démission de l'enseignement, alors qu'il devrait être bien clair qu'enseigner c'est mettre l'élève dans des conditions favorables pour qu'il développe ses capacités et non lui asséner des résultats qu'il doit apprendre sans forcément les comprendre.

En 1950, Gattegno déclarait : « *Nous sommes souvent hostiles aux nouvelles idées et aux nouvelles méthodes* ». Remarque prémonitoire quant aux tentatives de moderniser l'enseignement, mais qui risque d'être éternellement valable. C'est chez les adultes que l'on rencontre le plus d'hostilité aux idées nouvelles qui leur demandent des efforts et qui bouleversent ce qu'ils considéraient comme définitivement acquis. S'agissant d'enseignants, leur parade est de déclarer que les idées nouvelles sont trop difficiles pour les enfants qui d'ailleurs n'ont pas la maturité nécessaire pour les dominer. Ils oublient que, pour les enfants, tout est nouveau et qu'ils n'ont pas un problème d'adaptation de leurs habitudes. Rappellerai-je la fin de la notice d'emploi d'un ordinateur : « *Si vous avez un problème, adressez-vous à votre petit-fils !* », ce que l'on aurait dû pour le moins compléter par « ou à votre petite-fille ».

Jean-Pierre Serre a déclaré dans sa leçon inaugurale au Collège de France : « *Le mathématicien est un homme libre !* » Choquet en a été un exemple éminent, il n'oubliait jamais, en outre, qu'en enseignant c'est la liberté de l'élève qu'il interpellait. Les efforts que nous avons faits et les espoirs que nous avons mis dans une amélioration de l'enseignement des mathématiques ont été profondément déçus ; il s'agit d'un très difficile combat qu'il faut poursuivre en pensant aux bonnes idées que défendait Choquet et qui sont toujours d'actualité.