

des documents sans contraintes, mais en préservant la légitime propriété intellectuelle des auteurs. La viabilité de telles idées est amplement démontrée par les remarquables résultats obtenus par la communauté des logiciels libres, qui a réussi à faire aboutir en quelques années de nombreux projets ayant eu un grand retentissement scientifique international et dont la technologie bénéficie aujourd'hui à l'industrie tout comme aux particuliers ou aux enseignants. Sinon, on peut craindre que ces ressources soient de plus en plus accaparées par des intérêts privés n'ayant pas nécessairement des visées humanistes, en contradiction avec l'intérêt du développement de la science et de l'éducation.

En conclusion, je voudrais inviter les enseignants, la communauté scientifique et les sociétés savantes à unir leur action pour revendiquer auprès de l'État une place réelle pour l'enseignement des sciences, à l'intérieur d'un système éducatif revigoré, diversifié, mettant en avant les objectifs d'apprentissage et le souci de la qualité. Des moyens très importants sont nécessaires, l'État et ses représentants doivent être informés des graves difficultés qui existent, et doivent être mis face à leurs devoirs et leurs responsabilités.

Jean-Pierre Demailly

Université de Grenoble I

Vues d'avenir

J.-P. Kahane

Jean-Pierre Demailly, à la fin de son intervention, nous a appelés à la mobilisation. Je désire relayer cet appel. En fait, cette réunion même, qui associe mathématiciens et scientifiques d'autres disciplines, est un élément de la mobilisation du milieu. Il nous faut la prolonger, l'amplifier, avec pour objet de reconquérir, ou mieux de conquérir une nouvelle place pour les mathématiques dans l'enseignement, une nouvelle place pour les sciences, une nouvelle place pour la formation des élèves.

Plusieurs l'ont dit, nous avons un ennemi : le temps. Le temps nous presse, le temps nous manque, qu'il s'agisse de l'élève devant un devoir sur table, du professeur à la fin d'une heure de classe, ou même des groupes d'experts et des commissions qui ont la charge des programmes et des réformes. Nous vivons dans l'urgence. Nous subissons et nous transmettons malgré nous la vision courte qui est l'un des traits dominants de la société où nous vivons, rythmée par les actualités télévisées et le cours de la bourse, et dans laquelle l'instant prime la durée.

La jeunesse vit intensément le présent. Mais elle est aussi animée par la vision d'avenir que lui propose la société, et les enseignants, qu'ils en aient conscience ou non, sont porteurs de cette vision d'avenir. Si elle est à court terme, l'une des motivations de l'enseignement disparaît, et c'est là une difficulté fondamentale de l'enseignement à notre époque. Les réformes et les adaptations n'ont de sens que dans une vision à long terme, une vision pour les décennies à venir.

La commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, qui a été voulue par les associations de mathématiciens et de professeurs de mathématiques, s'efforce de contribuer à élaborer une vision à long terme dans le champ particulier qu'est l'enseignement des mathématiques. Elle a produit et remis au ministre des rapports d'étapes touchant à de grands sujets : l'informatique, la statistique et les probabilités, la géométrie, le calcul. Ces rapports sont assez bien connus et diffusés, et ils seront bientôt disponibles sous forme de livre. Les études actuelles concernent la formation des maîtres, le croisement des sujets et des niveaux, l'enseignement professionnel, et le lien aux autres disciplines.

Le lien avec les autres disciplines scientifiques est vital. Il se reflète dans la composition de la commission, dans sa réflexion, et dans sa participation au débat organisé en mai 2000 à l'Académie des sciences sur ce thème. C'est l'objet de la réunion organisée par la SMF et la SMAI aujourd'hui. Les communications, la discussion, et les comptes-rendus qui suivront alimenteront la réflexion collective.

Les mathématiques ont des valeurs permanentes, mais notre vision des mathématiques comme science s'est considérablement modifiée au cours du demi-siècle écoulé. En 1950, la mathématique semblait avoir trouvé son architecture (les structures) et son style (Bourbaki). En 1970, les mathématiques appliquées font leur percée. En 1990, on parle moins de fondements et de structures que de modèles et d'interactions. Aujourd'hui, l'expression qui convient au mouvement et à l'état présent des mathématiques doit englober un bien plus grand nombre d'activités et d'acteurs ; c'est en ce sens que l'on parle de « sciences mathématiques ».

Plus que jamais, on voit des concepts mathématiques émerger de sciences et de pratiques diverses, se travailler et se purifier pour devenir aussi puissants et généraux que possible, et s'appliquer très loin des champs qui leur ont donné naissance. C'est ce que Wigner appelle « l'efficacité déraisonnable des mathématiques dans les sciences de la nature ». La formule est jolie mais trompeuse. Que la raison humaine, travaillant sur des abstractions de la réalité, puisse anticiper d'autres abstractions de la réalité, me semble tout à fait raisonnable. Ce lien entre expérience et raison témoigne simplement de la créativité des mathématiques.

Nous avons eu de remarquables exemples de cette efficacité et de la manière dont elle se traduit dans différentes disciplines, biologie, économie, physique, informatique, métiers de l'ingénieur. Nos collègues ne se sont pas contentés de dire de quelles mathématiques ils se servaient : combinatoire, probabilités, systèmes dynamiques, algèbre linéaire, calcul des variations, équations aux dérivées partielles, groupes et géométries, algorithmique et logique, calcul et complexité. Ils nous ont appelés, à partir de l'expérience et des besoins de leurs disciplines, à rompre avec une image des mathématiques comme bloc immuable et à mettre en avant leur histoire et leur évolution actuelle. Ils ont évoqué des figures historiques, telles Alan Turing, pionnier de la morphologie chimique et biologique comme de l'informatique. Et, de manière extrêmement précieuse pour nous, ils nous ont dit la valeur qu'ils donnaient à la démarche mathématique.

J'en retiens quelques éléments, qui seraient à illustrer et à compléter. La mise en forme a une vertu créatrice. La formalisation présente des caractères

différents, et nécessite différents types de collaborations, suivant qu'il s'agit de biologie, d'économie ou d'industries et de services. Mais dans tous les cas on demande au mathématicien des énoncés précis et des enchaînements rigoureux, des définitions et des démonstrations. Les modélisations ne permettent une prise sur la réalité que si les modèles sont clairs et faciles à critiquer. Les équations de la physique, une fois dégagées, ont leur vie propre, et elles contiennent ainsi plus que ce que les physiciens y ont mis. Les algorithmes utilisés en informatique exigent rigueur et précision. Le passage de la langue naturelle à la formalisation mathématique et vice-versa, sur lequel insistent les informaticiens, a valeur universelle.

La mathématique est un langage universel. La constatation est banale, mais elle mérite d'être illustrée par la considération des outils d'écriture et de communication. L'imprimerie, en son temps, a fait faire un bond aux mathématiques. Il en est de même aujourd'hui pour l'informatique et les télécommunications, à cela près, qui est essentiel et souvent mal compris, que l'informatique comme science a un lien consubstantiel avec les mathématiques. L'informatique a transformé le métier de mathématicien comme tous les métiers. Elle a permis d'explorer des champs nouveaux et de revisiter des sujets classiques. En développant l'usage des modèles mathématiques, elle a créé de nouveaux liens entre les sciences mathématiques et toutes les activités humaines, elle a donné aux sciences mathématiques un rôle central dans l'interdisciplinarité. En créant, avec les télécommunications, de nouveaux modes de communication et d'échanges, elle donne la possibilité d'étendre les relations interpersonnelles et internationales et d'en faire bénéficier tous les peuples. Même si nous en sommes loin, et s'il y a sans cesse des menaces d'appropriation de tout ce qui est nouveau par les riches et les puissants, cette possibilité donne une responsabilité particulière aux mathématiciens. L'objectif que chacun puisse vivre et travailler dans son pays, tout en participant à la vie scientifique internationale, est techniquement à portée de main en mathématiques. L'année mathématique 2000 a été une occasion de le populariser, et le CIMPA, créé en France à la demande de l'UNESCO, a bien œuvré à cet objectif en formant des mathématiciens dans les pays en développement.

A tous les niveaux, il faut enseigner les mathématiques parce qu'elles sont utiles et belles. L'utilité est un bon critère de choix des matières à enseigner. C'est clair, dans l'enseignement supérieur, quand il s'agit d'étudiants d'autres disciplines : nous n'enseignons pas les mêmes choses aux biologistes, aux physiciens, aux économistes et aux ingénieurs. C'est aussi le cas dans les enseignements professionnels. C'est vrai également dans les enseignements généraux, à condition de prendre l'utilité dans un sens assez général. Quoi qu'on enseigne, l'utilité principale est la formation de l'esprit. Quels que soient les sujets, il y a de belles choses à faire découvrir et apprécier. La beauté des mathématiques, sur laquelle il est inutile de s'étendre ici, la séduction qu'elles exercent sur nous et peuvent exercer sur nos élèves, sont inséparables de leur utilité. Les mathématiques sont à la fois un élément de la formation générale et une discipline de service. Comme le disait Victor Hugo dans son *William Shakespeare* à propos de la science en général, « vénérons cette servante magnifique ! ». L'utilité implique une vision à long terme, et une bonne articulation entre motivations,

applications, et concepts. A travers tous leurs aspects particuliers, les mathématiques sont fondamentalement des généralistes de la connaissance, et c'est ce qui fait leur efficacité protéiforme. C'est une erreur pédagogique que de poser au départ les concepts les plus puissants et les plus généraux, mais le professeur doit les avoir présents à l'esprit et tenter dans la mesure du possible de les faire apprécier aux élèves lorsqu'ils y sont prêts. L'utilité est ambitieuse.

Le pire ennemi de l'utilité est l'utilitarisme, qui vise le court terme. Le danger existe de morceler l'enseignement des mathématiques, de séparer les mathématiques selon leurs liens aux autres disciplines, de renoncer à ce qui est spécifique dans la démarche mathématique et dans les sciences mathématiques. Il n'est pas nécessaire d'insister sur ce point : toutes les interventions nous donnent des arguments contre une vision étroite, utilitaire et fragmentée, de l'enseignement des sciences mathématiques.

Nous avons à fournir à nos élèves, et à l'ensemble de la société, des portes d'entrée dans ce champ inépuisable qu'est notre discipline. Comme chercheurs, à travers la variété de nos intérêts, nous avons une conscience très forte de la cohérence de ce champ. Comme enseignants, nous devons être porteurs de cette cohérence à travers la diversité de nos enseignements.

Nous pouvons envisager et promouvoir des formes d'enseignement plus diverses qu'aujourd'hui. C'est ainsi que la CREM, à la suite de l'APMEP, recommande la création dans les lycées et collèges de laboratoires de mathématiques qui soient des lieux de travail et de rencontre entre enseignants, élèves et chercheurs. Ces laboratoires doivent consister, matériellement, en salles et en matériel. Mais rien n'interdit de commencer à en faire fonctionner quelques-uns de manière virtuelle, à partir de départements de mathématiques des universités ou d'IREM. Nous avons une mine de sujets possibles, hors programmes, avec les livres et documents existants. Dans l'esprit de notre réunion, je me permets d'attirer l'attention sur les « petits problèmes de physique » de Nicolas Graner et sur la bible de la biologie mathématique qu'est le livre de Jim Murray « *Mathematical Biology* ». Et aussi, l'actualité s'y prête, sur l'apport de John Nash à l'économie qui lui a valu le Prix Nobel.

La formation des enseignants de mathématiques doit donc répondre à une grande ambition. J'insisterai sur un seul point, commun à la formation initiale et à la formation tout au long de la vie. Les professeurs de mathématiques, à tous les niveaux, doivent être porteurs de la part de culture dont nous sommes dépositaires. Et pour cela, il est nécessaire qu'ils se cultivent, que tous nous nous cultivions.

Un appel a été lancé par la CREM pour que soient rédigés des textes courts et séduisants sur des aspects nouveaux des sciences mathématiques, à l'intention des professeurs de lycées. Je relance cet appel.

Nous ignorons le monde où nos élèves vont vivre dans vingt ou cinquante ans. Nous avons conscience de certains grands problèmes, qui sûrement vont devoir mobiliser beaucoup de capacités et d'énergies, mais dans l'ensemble l'avenir est imprévisible. Le paradoxe de l'enseignement est que nous devons préparer nos élèves à l'imprévisible. La dignité de la recherche et de l'enseignement, c'est de constituer les formes organisées de ces outils d'évolution proprement humains que sont la curiosité et la transmission des connaissances. Comme chercheurs

et comme enseignants, nous savons que la science évolue et nous contribuons à cette évolution.

Pour illustrer tout ce qui précède, je me référerai à Fourier. La théorie analytique de la chaleur a été l'occasion d'élucider le mystère des cordes vibrantes, d'établir comme objet mathématique la transformation et les séries de Fourier, et de préparer aussi bien la théorie du signal, celle des fluctuations boursières, la mécanique quantique et en particulier les inégalités d'Heisenberg, l'étude du mouvement brownien et des autres processus stochastiques, les ondelettes, et une foule d'applications dans tous les domaines. Fourier avait à la fois le souci d'attaquer une grande question de la nature et d'élaborer pour cela des méthodes générales et efficaces, allant jusqu'aux applications numériques. Je lui donne la parole pour conclure, avec la belle éloquence qu'il avait héritée du siècle des lumières : « L'étude approfondie de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques » « [...] L'analyse mathématique est aussi étendue que la nature elle-même [...] Son attribut principal est la clarté [...] Elle [...] semble être une faculté de la raison humaine, destinée à suppléer à la brièveté de la vie et à l'imperfection des sens ». (Discours préliminaire à la théorie analytique de la chaleur)

Fourier n'avait pas droit à un article dans la première édition d'Encyclopaedia Universalis, il y a trente ans.

Sa place dans la science est aujourd'hui pleinement reconnue.

Signe des temps.

Jean-Pierre Kahane

Université Paris XI

Quelques remarques sur les mathématiques dans l'enseignement secondaire inspirées par l'informatique

G. Kahn

1. Informatique et mathématiques font plutôt bon ménage. Aujourd'hui, plusieurs disciplines des mathématiques se voient en quelque sorte revivifiées par les besoins de l'informatique, ou poussées à se développer dans de nouvelles directions. A titre d'exemple citons la logique, les mathématiques combinatoires, la géométrie, l'algèbre universelle et les statistiques. Pour les informaticiens, les mathématiques sont une discipline pleine de vie. Chaque fois que les mathématiciens ont mis en place les concepts nécessaires, il faut s'en réjouir et les utiliser. Lorsqu'ils n'ont pas trouvé antérieurement les motivations pour développer les échafaudages dont les informaticiens ont besoin, ceux-ci les construiront, le plus souvent en collaboration avec des mathématiciens.

Vis à vis de l'enseignement secondaire, les informaticiens ne peuvent donc que souhaiter que les mathématiques soient enseignées comme une discipline vivante et non pas scholastique, comme une matière qui a à voir avec le monde