contre-exemple si c'était faux... et un sourire si la question était ouverte. Ses connaissances bibliographiques étaient impressionnantes (je lui dois par exemple la connaissance de travaux de Mather peu connus liant la théorie des bouts premiers et l'étude dynamique des difféomorphismes conservatifs de la sphère). Enfin ses nombreuses intuitions se révélaient le plus souvent exactes. Une autre caratéristique était son exigence. J'avoue avoir hésité plus d'une fois à prendre rendez-vous avec lui, surtout au début de ma thèse, ayant l'impression de ne vraiment pas avoir fait grand chose par rapport à la fois précédente. Mais la confiance revenait après chacune de ces réunions, où Michel avait su communiquer son enthousiasme pour les mathématiques. Enfin la plus grande de ses qualités était sans doute sa grande gentillesse et le souci permanent qu'il avait de ses étudiants, en particulier celui de leur avenir. Le problème des recrutements de jeunes mathématiciens a d'ailleurs toujours été un de ses sujets de préoccupation.

Cette attention ne cessait pas après la thèse et que ce soit dans un café après son séminaire ou dans la salle de détente de l'Institut d'Oberwolfach, Michel me demandait toujours si tout se passait bien avec les étudiants, à Orsay puis à Villetaneuse.

J'ai eu la très grande chance de participer comme étudiant au début de l'aventure des systèmes dynamiques en France. Le premier souvenir qui me vient à l'esprit est le séjour aux Houches en 1981 avec Raphaël Douady qui avait commencé sa thèse avec Michel Herman en même temps que moi. C'était la première école d'été de systèmes dynamiques en France. Dans une période où les postes universitaires étaient rares et où entreprendre une thèse n'allait pas de soi, Michel Herman m'a donné le goût de la recherche mathématique et l'opportunité d'en faire, et je l'en remercie.

Une conférence de Michel Herman

Marie-Claude Arnaud

Ce qu'il y avait de prodigieux chez Michel Herman, c'était sa capacité à s'intéresser à des domaines très divers (je ne crois pas que deux de ses élèves aient fait leur thèse dans des domaines proches) et à s'y impliquer. Les groupes de travail qu'il a animés ont eu pour objet successivement la mécanique céleste, les approximations diophantiennes, les billards...

Ce fut un grand plaisir d'être l'une de ses élèves, et je lui serai toujours reconnaissante de tout ce qu'il m'a fait découvrir, tant à travers ses conférences que par les invités à son séminaire de systèmes dynamiques. Je crois qu'il ne donnait jamais deux fois la même conférence, et nombreuses sont celles dont les seules traces sont les notes des participants et ses « transparents ».

Une des dernières auxquelles j'ai assisté concerne mon propre domaine de recherche (les systèmes dynamiques conservatifs en topologie C^1) et eut lieu en Juin 2000. Il introduisit au cours de cette conférence une notion nouvelle, celle de variété symplectique KAM et surface d'énergie KAM (de Kolmogorov, Arnold et Moser).

Il commença par rappeler l'importance des points périodiques totalement elliptiques (ceux dont tous les multiplicateurs de Floquet sont de module 1) pour les systèmes dynamiques conservatifs, puisque si on fait en topologie C^∞ une perturbation d'un tel système, on obtient au voisinage de l'orbite périodique totalement elliptique considérée un ensemble de mesure de Lebesgue positive de tores périodiques « diophantiens » (ce sont les fameux tores KAM) ; en particulier, le système n'est pas ergodique (pour la mesure de Lebesgue).

Le problème de savoir si on peut créer des orbites périodiques (avant de se demander si elles sont totalement elliptiques) n'est pas simple (la réponse en topologie C^1 fut donnée par C. Pugh en 1967) et Michel Herman a donné en 1990 un exemple surprenant de hamiltonien dont aucune perturbation en topologie C^∞ n'a d'orbite périodique (Michel affectionnait particulièrement les contre-exemples et je pense que nous sommes nombreux à nous rappeler son sourire réjoui quand il nous en montrait un nouveau).

D'autre part, un résultat de S. Newhouse nous dit que si H est un hamiltonien d'une variété de dimension 4 ayant une surface d'énergie compacte dont stablement (en topologie C^2), tous les points périodiques sont hyperboliques (c'est-à-dire non totalement elliptique dans ce cas), alors le flot hamiltonien restreint à cette surface est Anosov.

Aussi, si on peut dire d'une certaine surface d'énergie $S_c = H^{-1}(c)$ qu'elle n'a pas de flot (hamiltonien) Anosov, on peut créer près de S_c des points périodiques totalement elliptiques et donc des tores KAM La définition d'une surface d'énergie KAM s'impose alors : ce sont les surfaces d'énergie qui n'ont pas de flot hamiltonien Anosov. On peut toujours, près des surfaces d'énergie KAM, créer (par perturbation C^2) des points périodiques totalement elliptiques et donc des tores KAM.

En dimension supérieure, le problème est plus délicat car il existe des systèmes dynamiques conservatifs (ici on parle du cas des difféomorphismes f d'une variété M, plus simple à écrire que le cas des flots hamiltoniens, mais on peut bien sûr tout généraliser aux flots) qui, stablement, ne sont pas hyperboliques et n'ont pas de point périodique totalement elliptique. Ce sont les systèmes qui admettent une décomposition dominée (notion due à R. Mañé), c'est-à-dire tels qu'il existe une décomposition continue de $TM = E \oplus F$ invariante par Df, $C > 0$ et $\lambda \in]0,1[$ tels qu'en chaque point x de M, on ait pour tout $n \geqslant 1$: $\|Df^n(x)_{|E}\|.\|Df^{-n}(f^n(x))_{|F}\| \leqslant C\lambda^n$. Ainsi, on peut dilater suivant E, mais toujours moins que suivant F (ceci est plus faible qu'hyperbolique). La définition introduite par Michel Herman est alors :

Une variété symplectique (M,ω) est une variété K.A.M si elle n'admet pas de difféomorphisme symplectique ayant une décomposition dominée.

Il conjecturait :

Conjecture (M. Herman) : Si (M,ω) est une variété KAM, il existe un ouvert dense (en topologie C^1) de l'ensemble de ses difféomorphismes symplectiques dont tout élément a un point périodique totalement elliptique.

Avec D. Bennequin, en travaillant avec les classes de Chern, il a donné de nombreux exemples de variétés KAM. Par exemple, tous les $P_n(\mathbb{C})$ sont des variété KAM (alors que pour des variété sans structure symplectique, on ne sait pas dire s'il existe ou non des difféomorphismes ayant une décomposition dominée). J'ai démontré qu'en dimension 4, la conjecture de Michel Herman est vraie.

Michel Herman

Raphael Krikorian

Je ne sais plus si j'ai rencontré Michel Herman pour la première fois devant le tableau noir de son bureau à Polytechnique ou dans un café du quartier latin devant un (petit) chocolat chaud. En dehors du séminaire qu'il animait à Jussieu (à partir de 1991), c'étaient en effet les lieux principaux de nos rencontres. Je me rappelle seulement qu'il y avait de l'élégance et du défi dans la présentation qu'il fit des thèmes de recherche sur lesquels j'aurais à travailler pendant ma thèse. Par la suite, cette élégance je l'ai retrouvée dans son œuvre mathématique : clarté des textes, équilibre entre formalisme et souci didactique, démonstrations qui s'imposent naturellement... Je l'ai également appréciée dans sa façon de « diriger » ma thèse puisqu'il m'a toujours laissé une très grande liberté dans mon travail sans pour autant me laisser me fourvoyer dans des impasses. Quand je lui annonçais que je savais démontrer tel résultat, il savait tempérer ma joie excessive par un : « c'est le cas facile » ou « cela, je sais le faire » mais il savait à d'autres moments m'encourager par un sobre « rédigez ». Il n'était pas complaisant avec ses élèves et il l'était encore moins avec lui même comme l'exigeait sa très grande lucidité et son exemplaire honnêteté intellectuelle. Ses commentaires, parfois péremptoires, sur la valeur de tel article ou de telle conférence du style « de toutes façons ce résultat a déjà été démontré il y a vingt ans » ou encore « ce théorème ne présente pas un grand intérêt car la question fondamentale est plutôt... » pouvaient choquer, mais à la réflexion il avait souvent raison et l'on pouvait alors mesurer sa très grande culture mathématique. I1 avait réfléchi en profondeur et durant des années à un grand nombre de questions et je crois qu'il avait en tête une carte assez précise des montagnes ardues et des plaines fertiles en systèmes dynamiques.

Comme je l'ai mentionné plus haut, Michel Herman aimait les défis ; il aimait en donner et il aimait les relever. Ceux-ci n'étaient jamais gratuits et en dehors de leur aspect « sportif », ils avaient pour fonction de mettre en lumière des difficultés insoupçonnées. I1 aimait aussi, par goût de la provocation et par respect de la vérité, remettre en cause les idées reçues : le nombre de contre-exemples qu'il a produit est, à cet égard, assez significatif.

Je voudrais également évoquer la vitalité et l'enthousiasme avec lesquels il animait son séminaire de systèmes dynamiques dont la renommée était internationale.

Et puis, il y avait après les deux, trois, parfois quatre heures de séminaire du mardi les discussions au café, en groupe, j'allais dire en famille, et surtout le (petit) chocolat.