

Une thèse avec Michel Herman

Patrice Le Calvez

C'est en 1980, alors que j'étais à la recherche d'un sujet de thèse, que Daniel Bennequin m'a conseillé d'aller voir Michel Herman qui faisait des « systèmes dynamiques ». Je n'avais pas la moindre idée de ce que ces termes étranges signifiaient. J'allai donc le voir et après avoir discuté de mes goûts en mathématiques, pas très clairs à l'époque mais plutôt portés sur la géométrie, j'en ressortis avec le conseil d'acheter les oeuvres complètes de G.D. Birkhoff, que l'on trouvait facilement à l'époque chez Dover, et celui de lire un article de 1932 sur des « courbes fermées remarquables ». Il y était question, entre autres, de « transformation biunivoque de l'anneau », de « coefficient de rotation », de « courbes roulées sur la gauche » et de « résultats bien connus de Carathéodory ». Le style ne m'était pas du tout familier, la première propriété remarquable de ces courbes étant de ne pas être une courbe (en fait un continu indécomposable appelé maintenant attracteur de Birkhoff). Je venais d'entrer dans le monde des systèmes dynamiques différentiables ainsi que dans celui de la topologie plane (c'est la théorie des bouts premiers qui était censée être bien connue). Il s'agissait dans cet article d'étudier les applications de l'anneau $\mathbb{T}^1 \times \mathbb{R}$ déviant la verticale et diminuant l'aire. Celles qui préservent l'aire décrivent la dynamique d'un difféomorphisme conservatif du plan au voisinage d'un point fixe elliptique générique, elles décrivent également la dynamique des trajectoires d'un billard convexe. Michel Herman venait alors d'étudier ces applications, obtenant ses résultats d'optimalité pour les conditions de validité de la théorie KAM (existence de courbes invariantes) et reprenant les travaux de Birkhoff sur les régions annulaires d'instabilité, comprises entre deux courbes invariantes consécutives. Il faudra deux volumes d'Astérisque pour exposer ces travaux. À l'époque S. Aubry et J. Mather avaient découvert indépendamment ce qu'on appelle maintenant les ensembles d'Aubry-Mather : ce sont des ensembles fermés invariants minimaux ayant la propriété de se projeter injectivement sur la base \mathbb{T}^1 avec un ordre cyclique préservé. La dynamique sur ces ensembles est une dynamique d'homéomorphisme du cercle, il y a en particulier un nombre de rotation. Ces ensembles, un ensemble de Cantor dans le cas où le nombre de rotation est irrationnel, une orbite périodique dans le cas rationnel (analogue aux trajectoires du billard convexe de périmètre maximal) sont des versions faibles des courbes invariantes et permettent de comprendre en partie la dynamique à l'intérieur d'une région d'instabilité. Michel Herman m'avait demandé de voir ce qui persistait sans les conditions de préservation d'aire de ces résultats en cherchant donc des méthodes topologiques et non plus variationnelles comme dans le cas conservatif. Mes préoccupations de recherches futures, orientées vers l'étude des difféomorphismes de surfaces, ont toutes leur origine dans les questions que m'a posées Michel à ce moment-là. Ce n'est donc pas seulement un sujet de thèse que proposait Herman à ses étudiants mais un vrai thème de recherche.

Une des principales qualités de Michel Herman était sa réelle efficacité comme directeur de thèse. Une question amenait presque toujours une réponse immédiate : une démonstration ou une référence si c'était vrai, un

contre-exemple si c'était faux... et un sourire si la question était ouverte. Ses connaissances bibliographiques étaient impressionnantes (je lui dois par exemple la connaissance de travaux de Mather peu connus liant la théorie des bouts premiers et l'étude dynamique des difféomorphismes conservatifs de la sphère). Enfin ses nombreuses intuitions se révélaient le plus souvent exactes. Une autre caractéristique était son exigence. J'avoue avoir hésité plus d'une fois à prendre rendez-vous avec lui, surtout au début de ma thèse, ayant l'impression de ne vraiment pas avoir fait grand chose par rapport à la fois précédente. Mais la confiance revenait après chacune de ces réunions, où Michel avait su communiquer son enthousiasme pour les mathématiques. Enfin la plus grande de ses qualités était sans doute sa grande gentillesse et le souci permanent qu'il avait de ses étudiants, en particulier celui de leur avenir. Le problème des recrutements de jeunes mathématiciens a d'ailleurs toujours été un de ses sujets de préoccupation.

Cette attention ne cessait pas après la thèse et que ce soit dans un café après son séminaire ou dans la salle de détente de l'Institut d'Oberwolfach, Michel me demandait toujours si tout se passait bien avec les étudiants, à Orsay puis à Villetaneuse.

J'ai eu la très grande chance de participer comme étudiant au début de l'aventure des systèmes dynamiques en France. Le premier souvenir qui me vient à l'esprit est le séjour aux Houches en 1981 avec Raphaël Douady qui avait commencé sa thèse avec Michel Herman en même temps que moi. C'était la première école d'été de systèmes dynamiques en France. Dans une période où les postes universitaires étaient rares et où entreprendre une thèse n'allait pas de soi, Michel Herman m'a donné le goût de la recherche mathématique et l'opportunité d'en faire, et je l'en remercie.

Une conférence de Michel Herman

Marie-Claude Arnaud

Ce qu'il y avait de prodigieux chez Michel Herman, c'était sa capacité à s'intéresser à des domaines très divers (je ne crois pas que deux de ses élèves aient fait leur thèse dans des domaines proches) et à s'y impliquer. Les groupes de travail qu'il a animés ont eu pour objet successivement la mécanique céleste, les approximations diophantiennes, les billards...

Ce fut un grand plaisir d'être l'une de ses élèves, et je lui serai toujours reconnaissante de tout ce qu'il m'a fait découvrir, tant à travers ses conférences que par les invités à son séminaire de systèmes dynamiques. Je crois qu'il ne donnait jamais deux fois la même conférence, et nombreuses sont celles dont les seules traces sont les notes des participants et ses « transparents ».

Une des dernières auxquelles j'ai assisté concerne mon propre domaine de recherche (les systèmes dynamiques conservatifs en topologie C^1) et eut lieu en Juin 2000. Il introduisit au cours de cette conférence une notion nouvelle, celle de variété symplectique KAM et surface d'énergie KAM (de Kolmogorov, Arnold et Moser).