

La commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques

Jean-Pierre KAHANE (Université de Paris-Sud)

Historique et mission

L'idée de la commission revient à Michel Broué et la première pièce écrite est sa lettre du 21 octobre 1998, adressée à la SMF, la SMAI, l'APMEP et l'UPS ; comme membre du comité national des programmes (CNP) il ressent l'urgence d'une réflexion globale sur l'ensemble des programmes de mathématiques. La seconde étape est une lettre des quatre associations au ministre, demandant la mise en place d'une telle commission. La réponse positive du ministre, en date du 8 avril 1999, constitue l'acte de naissance de la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques.

La lettre expose les objectifs (permettre à l'enseignement des mathématiques d'accompagner et de préparer l'évolution des sciences et techniques dans tous les domaines, élargir le champ en fonction des outils informatiques, veiller au rôle de formation à la rigueur et au raisonnement, participer à la culture scientifique) et la décision :

« Je décide de mettre en place, auprès du CNP, une commission chargée de faire des propositions pour faire évoluer, de manière progressive et concertée, les objectifs et les contenus de l'enseignement des mathématiques, de l'école élémentaire à l'université. Une fois ces objectifs fixés, il faudra faire évoluer, là encore de manière progressive mais anticipée par rapport aux modifications des contenus d'enseignement, la formation initiale des enseignants et les contenus des concours de recrutement et simultanément imaginer et jeter les bases d'une formation continue des enseignants de mathématiques liée à ces évolutions.

La commission pourra disposer du concours de l'administration de l'Éducation nationale.

Les membres de la commission seront nommés pour deux ans (renouvelables). La commission devra rendre compte de son travail par des rapports d'étape, publiés régulièrement à destination de tous les acteurs du système éducatif. Elle consultera les sociétés savantes et les associations de spécialistes, dont la démarche est à l'origine de cette initiative ».

Composition et fonctionnement

La commission est constituée de Michèle Artigue, Roger Balian, Frédéric Bonnans, Michel Broué, Guy Brousseau, Claude Deschamps, Jean-Claude Duperré, François Dusson, Olivier Faugeras, Sylviane Gasquet, Jean-Pierre Kahane, Rémi Langevin, Michel Merle, Daniel Perrin, Antoine Petit, Jean-Pierre Richeton, Claudine Robert, Claudine Ruget, soit 18 membres intéressés pour des raisons diverses à l'enseignement des mathématiques et appartenant ou

ayant appartenu au corps enseignant des universités et des lycées, à l'inspection générale et aux organismes de recherche (CNRS, CEA, INRIA).

Elle s'est mise en place le 17 avril 1999 et s'est réunie les 5 juin, 11 septembre et 27 novembre. Ses prochaines réunions plénières sont prévues les 11 mars et 3 juin 2000. A la suite de chaque réunion plénière est produit un communiqué, signé par J.-C. Duperret et J.-P. Kahane, éventuellement accompagné de résolutions ou d'annexes. Le premier rapport d'étape, consacré à la géométrie, vient d'être adressé au ministre et aux associations. Le responsable de la diffusion des communiqués, pièces annexes et rapports est Jean-Claude Duperret.

La commission communique aussi avec l'extérieur par chacun de ses membres. L'impulsion et la coordination sont confiés à Rémi Langevin.

Nous avons en juin, à l'initiative de Claude Deschamps, le projet de fonctionner sur un grand pied et avec une grande facilité de gestion. Ce projet n'a pas abouti. Claude Deschamps reste responsable du fonctionnement.

Les réunions plénières du samedi sont peu nombreuses. La communication entre les membres de la commission se fait surtout par courriel et courrier, quelquefois de manière très animée. Nous recevons beaucoup de messages de l'extérieur et les plus importants — parmi lesquels un courriel du 8 novembre de G. Debeaumarché, président de l'UPS et un courrier du 7 janvier de Catherine Dufossé, présidente de l'APMEP — sont communiqués à tous les membres.

L'adoption des résolutions (je pense à l'adresse aux mathématiciens, adoptée en juin 1999), des communiqués et des rapports se fait au terme d'un échange par courrier. C'est ainsi que nous avons adopté le rapport d'étape sur la géométrie, dont les différentes versions ont été rédigées par Daniel Perrin en tenant compte des observations nombreuses et importantes (je pense à un fax de Roger Balian, de 19 pages, lorsque nous pensions le travail essentiellement terminé) suscitées par les versions précédentes. Ce rapport a été adressé au ministre le 11 janvier, puis aux associations initiatrices. Nous attendons les réactions.

Des groupes de travail ont été constitués sur les thèmes principaux. Il s'agit de la géométrie avec Daniel Perrin, de l'informatique avec Michel Merle et du calcul avec Michèle Artigue. Michel Merle introduira le débat sur notre approche des relations entre informatique et enseignement des mathématiques, en insistant sur le contenu des enseignements. Michèle Artigue évoquera la mise en place du travail sur le calcul, suivant trois axes principaux qui traversent les niveaux et les programmes : mesure des grandeurs, calcul approché, calcul exact. Des rapports d'étapes sur ces thèmes compléteront le rapport sur la géométrie. La commission se préoccupe également des enseignements de statistique et probabilités et Claudine Robert nous en a parlé dès le 5 juin.

Les réunions plénières sont essentiellement consacrés à ces thèmes principaux. Mais elles sont aussi, systématiquement, l'occasion d'une ouverture et d'un appel à l'extérieur. Le 5 juin, suivant une idée de Claudine Ruget, Michel Merle a organisé l'audition de François Bacelli, J.-D. Boissonnat et Olivier Faugeras, sur les problèmes mathématiques issus de l'informatique. Le 11 septembre, nous avons entendu Hélène Gispert sur l'histoire des réformes depuis deux siècles et M.-T. Lacroix-Saunier et Marc Fort, respectivement présidente du jury du CAPES et président du jury du CAPES interne ; Sylviane Gasquet avait la responsabilité de la partie historique et J.-P. Richeton du rapport aux

examens. Le 27 novembre, Claudine Robert a organisé l'audition d'Edmond Malinvaud, Marc Yor et Lucien Birgé sur statistique et probabilités et introduit le débat. Le 11 mars, Frédéric Bonnans a la charge des invitations et du débat sur les mathématiques industrielles.

Ainsi, le 11 mars, notre temps sera partagé entre informatique (le plus gros morceau), mathématiques industrielles et calcul. Les thèmes de l'informatique et du calcul reviendront à la séance du 3 juin.

Optique et perspective

Cette partie de mon intervention est moins factuelle et j'y exprimerai mes idées personnelles. Elle n'engage donc pas la commission, mais les membres de la commission y reconnaîtront leurs propres idées dont je me suis emparé. J'examinerai nos rapports avec le GTD (le groupement technique disciplinaire auprès du CNP), le temps et l'époque, mathématique et informatique, les interactions des sciences mathématiques et enfin la signification de l'appel aux mathématiciens publié dans le dernier numéro de la *Gazette*.

Le GTD, que préside Claudine Robert, a la mission de rédiger les programmes et la commission de réfléchir aux programmes. Cela peut engendrer un conflit de compétence, mais nous l'avons évité et nous l'éviterons. D'abord en précisant que nos rapports ne sont ni d'inspirateur à exécutant, ni de réalisateur à censeur et j'expliquerai à propos du « temps » quelle est notre différence d'approche. Ensuite parce que le GTD est largement présent au sein de la commission, par sa présidente et par des membres très actifs. Claudine Robert ne nous a pas seulement parlé de statistique en stimulant notre curiosité (l'imitation du hasard, ou la répartition des chiffres initiaux et la loi de Benford), mais elle nous a exposé dès le 5 juin l'orientation des nouveaux programmes de seconde. Rémi Langevin nous a fait parvenir les projets en cours, en sollicitant les avis individuels des membres de la commission.

Lors de sa première intervention, Claudine Ruget a fait une importante remarque : notre époque privilégie la rapidité et le rendement à court terme, alors que l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques exigent de la continuité, de la patience et du temps. Ici se situe la différence principale entre le GTD et la commission. Le GTD se trouve doublement sous l'emprise du temps : il doit rédiger des programmes pour une date fixée et dans le cadre d'horaires qui ont décliné au cours du temps. Une parenthèse sur les horaires : dans le texte de Sylviane Gasquet sur « l'enseignement des mathématiques dans le secondaire, de 1900 à nos jours », on voit qu'en 1902, dans les sections latin-sciences et langues-sciences, les horaires en seconde, première et terminale étaient 5+2, 5+2, 8+2, les deux heures hebdomadaires additionnelles étant consacrées au dessin géométrique. Qu'est-ce qui devrait aujourd'hui remplacer le dessin géométrique ? La réponse est assez évidente. Venons-en à la commission. Son rôle est de mener une réflexion de fond, à long terme, sans contrainte de temps, sinon qu'elle doit donner ou suggérer des signes d'évolution visibles immédiatement et que l'année 2000 est propice à cet égard.

Nous sommes à une époque charnière, comme l'observe Catherine Dufossé, à deux points de vue : enseignement secondaire à toute la classe d'âge et introduction de l'informatique. Tous les enfants sont lycéens, mais les parents n'ont

pas tous été lycéens. L'informatique est partout, mais les professeurs n'ont pas été formés à l'informatique.

C'est le moment de parler de mathématique et informatique. Il y a entre les deux une solidarité fondamentale, qui repose sur l'histoire (Turing, von Neumann) et sur les pratiques actuelles, mais cette solidarité ne va pas sans contradictions. Beaucoup de mathématiciens ont ignoré longtemps ce que l'informatique apporte comme nouveaux moyens et comme nouveaux points de vue. Beaucoup d'informaticiens ont eu le sentiment d'être méconnus et entravés par les mathématiciens. Mais il faut dire aussi que les communautés ne sont jamais homogènes, et que les instances les plus représentatives des mathématiciens, en France et dans le monde, n'ont pas pris de retard pour reconnaître et stimuler l'essor de l'informatique. Au CNRS, c'est sur la section de mathématiques que l'informatique a pu prendre appui, et cela, dès le rapport de conjoncture de 1969 (citation : « les recherches en informatique se sont beaucoup développées et atteignent maintenant un niveau manifestant l'existence en France d'une science jeune et dynamique ») ; à partir de 1970, le recrutement des chercheurs informaticiens a été accéléré au sein de la section mathématiques-informatique et les mathématiciens ont poussé à la roue. Au sein de l'Union mathématique internationale, c'est le prix Nevanlinna, décerné pour la première fois en 1982 en même temps que les médailles Fields, qui a manifesté la volonté des mathématiciens d'honorer ce qui vient de l'informatique. En 1983 la commission internationale de l'enseignement mathématique a lancé une étude internationale sur l'influence des ordinateurs et de l'informatique sur les mathématiques et leur enseignement ; le rapport préliminaire, en français, a été publié en primeur par la *Gazette des mathématiciens* en avril 1984. On trouve dans ce rapport et a fortiori dans l'étude qui a suivi, publiée par Cambridge University Press, beaucoup d'idées et de questions qui restent d'actualité. Je ne vais pas les détailler, puisque leur actualisation est précisément l'objet de l'intervention de Michel Merle. Mais je crois bon d'insister sur un point. Lorsque la CIEM a lancé cette étude, ce qui était très légèrement provocateur était d'affirmer l'influence des ordinateurs et de l'informatique sur les mathématiques elles-mêmes et c'est maintenant une idée banale. Par contre, ce qui nous paraissait mûr à réaliser dans l'enseignement des mathématiques n'est pas encore passé, ni en France, ni ailleurs. Ce retard peut avoir une vertu, à savoir d'éviter l'engouement pour les techniques passagères et de nous attacher à ce qu'il y a de permanent et fondamental dans le lien entre informatique et mathématique.

Ce nouveau lien ne rend pas secondaire, au contraire, ce qui lie depuis des siècles mathématique et physique. C'est la première remarque sur nos communiqués que nous a adressée Gérard Debeaumarché et elle est très importante. Le lien entre la physique et la recherche mathématique s'était distendu au milieu du siècle, surtout en France. Il s'affirme maintenant de façon éclatante. Mais le lien entre la physique et l'enseignement mathématique reste à tisser. A cet égard, la participation très active de Roger Balian au rapport sur la géométrie, comme sa présence à cette réunion de la SMF, est un bon signe. La place de la physique dans la formation des professeurs de mathématiques méritera examen.

Au cours de ce siècle la dynamique interne des mathématiques a pu dissimuler pendant un certain temps ce qu'il y a d'essentiel dans ses rapports aux

autres sciences et au monde extérieur. Cela a créé chez les mathématiciens, en France surtout, une certaine myopie et un appauvrissement. J'évoquais tout à l'heure la fin des années 1960, pour dire qu'au CNRS les mathématiciens n'avaient pas pris de retard pour reconnaître l'essor de l'informatique. Mais à la même époque, au CNRS, les probabilités étaient dans la section de physique théorique, et non dans celle de mathématiques. Dans les enseignements universitaires et dans les cursus de mathématiques, les mathématiciens avaient abandonné la mécanique. A partir des années 1970, heureusement les probabilités et l'analyse numérique se sont développées au sein des départements de mathématiques des universités. Plus tard, des tensions sont apparues, dont la création de la SMAI porte témoignage. Il est très réconfortant de voir aujourd'hui la SMF et la SMAI agir de concert sur tous les plans et en particulier, sur les questions de l'enseignement, avec l'UPS et l'APMEP.

C'est là, au plan des organisations, la traduction d'un souci constant des mathématiciens : l'unité de leur discipline. A la suite de Bourbaki, l'expression graphique de cette unité a été la mathématique sans *s*. J'ai pris soin d'écrire moi aussi mathématique sans *s* en rédigeant quelques passages de cette intervention, dans un souci de continuité en même temps que d'élégance orthographique. Mais, tout en rendant hommage à l'œuvre monumentale de Bourbaki, il n'est plus question aujourd'hui de fonder l'unité des mathématiques sur la théorie des ensembles et les structures. Nous savons que l'unité des mathématiques est faite de la communication entre leurs branches et parfois leurs rameaux extrêmes. Nous savons aussi que ces interactions internes s'accompagnent plus que jamais d'interactions externes, avec la physique et l'informatique comme je viens de le dire, avec la mécanique évidemment, avec les industries et les services, avec l'économie et la finance, la biologie, la chimie et pratiquement toutes les sciences. Les rapports de conjoncture du CNRS de 1989 et 1992, établis sur une base interdisciplinaire, sont significatifs à cet égard : les mathématiques sont considérées avec leurs interactions, externes et internes et, de ce fait, c'est la seule discipline qui fasse l'objet d'un chapitre spécial. Dans les autres chapitres d'ailleurs, on trouve quasiment partout la modélisation mathématique.

Cela nous a amenés à donner comme cadre de réflexion à notre commission l'ensemble des sciences mathématiques, s'alimentant des autres sciences et les alimentant. Le terme de « sciences mathématiques » nous paraît plus adapté à notre travail que « la mathématique » et que « mathématiques pures et appliquées ». En effet, le mouvement actuel des mathématiques résulte non seulement de leur dynamisme interne et de leur capacité à s'appliquer, de façon parfois imprévue, mais de la contribution active, à côté des mathématiciens, de spécialistes d'autres disciplines et d'ingénieurs. Il y a maintenant des physiciens, des informaticiens, des chimistes, des biologistes, des économistes, des ingénieurs, dont une partie de l'activité est mathématique, et qui élaborent des notions et des méthodes proprement mathématiques. Ils sont partie prenante des sciences mathématiques.

Cet élargissement me paraît garantir l'avenir de la recherche mathématique, parce que tous ces participants aux sciences mathématiques savent que, pour jouer pleinement leur rôle de noria, s'alimentant à quantité de sources et irriguant quantité de domaines, les mathématiques ont besoin de mathématiciens

actifs dans tous les domaines. C'est ainsi que le développement des mathématiques est considéré par les physiciens américains comme une priorité. Mais l'utilité universelle des mathématiques pose de sérieuses questions en matière d'enseignement. La tendance existe déjà, et elle est naturelle, à ce que les spécialistes enseignent au fur et à mesure les mathématiques dont ils ont besoin. Si cela devenait la voie principale d'apprentissage des mathématiques, ce qui fait la valeur des mathématiques dans la formation générale disparaîtrait : on aurait, juxtaposées, les mathématiques des physiciens, des informaticiens, des économistes etc. Il y a un risque dans l'enseignement de divorce entre mathématiques utilitaires, enseignées par les utilisateurs, et mathématiques désincarnées, enseignées par les mathématiciens. En revanche, la possibilité existe plus que jamais de faire sentir la puissance et la beauté des mathématiques en articulant leur enseignement avec celui des disciplines où elles sont utilisées.

L'adresse aux mathématiciens, votée par la commission le 5 juin, vise à combler le fossé entre recherche mathématique et culture générale. En cela, elle s'inscrit bien dans les objectifs de l'année internationale des mathématiques. La commission demande aux mathématiciens, sur des exemples qui leur paraissent pertinents, de fournir aux professeurs de mathématiques des lycées et collèges des éléments pour leur culture personnelle sous la forme de textes ou documents intéressants et accessibles. Je renvoie au texte de l'adresse pour les modalités que recommande la commission. Claudine Ruget fera le point sur les réalisations en décembre 2000. Les collègues intéressés peuvent s'adresser à elle ou à Rémi Langevin pour avoir une idée des possibilités d'édition. Il me semble utile de souligner un point important : parmi les éléments de culture les plus importants, nous devons compter tout ce qui vient de l'extérieur des mathématiques et qui contribue à l'élaboration des sciences mathématiques. L'appel s'adresse donc non seulement aux mathématiciens au sens strict, mais à tous ceux, informaticiens, physiciens, ou autres, dont une part de l'activité créatrice est de nature mathématique. Nous savons qu'une réponse de leur part est difficile, mais elle serait pour nous de grande valeur.

* * *

Calcul et démonstration

Michèle ARTIGUE (*Université Paris 7*)

La commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques a choisi de faire du « calcul » un de ses thèmes de réflexion prioritaires et Jean Pierre Kahane m'a chargé de piloter le travail de la commission sur ce thème. C'est sans aucun doute à ce titre que j'ai été sollicitée par la SMF pour introduire la partie du débat concernant calcul et démonstration. Le travail de la commission sur le calcul n'en est cependant qu'à ses débuts. Je me bornerai donc à préciser les axes selon lesquels nous avons choisi d'organiser la réflexion ainsi que quelques principes directeurs susceptibles de la guider, avant d'envisager les rapports entre calcul et démonstration. Il s'agit là d'un