



*Yvette AMICE*

---

YVETTE AMICE 1936–1993

---

*Daniel Barsky & Jean-Pierre Kahane*

**Y**vette Amice est décédée le dimanche 4 juillet 1993 à Praz-Coutant. Elle luttait contre la maladie depuis dix ans. Au cours des dernières semaines, elle avait reçu de nombreuses visites, et ses visiteurs l'avaient trouvée très affaiblie, mais présente et lucide jusqu'au bout.

C'était une personnalité forte, attachante, qui ne laissait personne indifférent. Elle était brillante, volontaire, obstinée, d'une franchise intransigeante; courageuse en face du malheur, et le malheur ne l'a pas épargnée; accessible, généreuse, toujours prête à échanger et à aider; intelligente, énergique, ambitieuse; lucide nous l'avons dit; rapide, efficace, prête à s'investir dans l'organisation, la gestion, l'action personnelle ou collective; très personnelle, et en même temps très sensible aux autres, avec un sens élevé de l'intérêt général.

Elle était née le 4 juin 1936. Orpheline de père, mort des suites de la guerre, pupille de la nation, élevée par sa mère, institutrice en Indre et Loire, brillante élève, elle entra à Sèvres en 1956 (Sèvres= Ecole Normale de Jeunes Filles, boulevard Jourdan à Paris). Agrégée de mathématiques en 1959, elle fut nommée immédiatement assistante à la Faculté des sciences de Paris. Entre 1959 et 1964, elle fut tour à tour assistante, puis maître-assistante à Paris, maître-assistante à Orsay, chargée d'enseignement puis maître de conférences à Tours. En 1964, elle soutint sa thèse d'Etat, préparée sous la direction de Charles Pisot, sur l'interpolation  $p$ -adique, sujet aussi de son cours Peccot au Collège de France en 1966. Elle fut maître de conférences à Poitiers (1964-1966), professeur à Bordeaux (1966-1968), professeur à Poitiers (1968-1970) et fut nommée en 1970 dans la toute nouvelle Université de Paris VII. Toute cette époque qui fut celle de l'explosion scientifique et universitaire, fut riche en événements politiques, de la guerre d'Algérie à mai 68 en passant par la venue au pouvoir du général de Gaulle. Pendant cette période Yvette Amice fut active et efficace sur tous les plans : la recherche, l'enseignement, le syndicalisme, la politique (elle était alors militante active au SNESup et adhérente au PCF, ce qui devait lui valoir plus tard des inimitiés tenaces comme aussi de fidèles amitiés).

La décennie 1970-1980, "la décennie tristounette" (l'expression est de Pierre Petitmengin, le bibliothécaire de l'E.N.S.) l'a vue élargir ses responsabilités. Pendant sept ans, à la suite de Pierre Samuel et avant Marie-France Vigneras, elle fut la directrice des études de mathématiques à Sèvres, tandis que Jean-Louis Verdier occupait les fonctions analogues à la rue d'Ulm. Marie Thérèse Gschwendtner les appelait le père abbé et la mère supérieure. Le nom lui allait bien, et les nonnes le reprirent à leur

compte. Elle fut membre du CCU (1968-1976), puis du CNESER (1976-1983), directrice de l'UFR de mathématiques de Paris VII (1975-1978), vice-présidente de Paris VII, chargée des enseignements de troisième cycle puis de la totalité des enseignements (1978-1981), présidente de la commission des enseignements du conseil de Paris VII (1980-1981). En plus de ces responsabilités universitaires, elle fut en 1975, à la suite de Georges Poitou et avant Claude Godbillon, présidente de la Société Mathématique de France; les morts de Poitou et Godbillon en 1989 et 1990, alors qu'elle était en période de rémission de maladie, l'avaient beaucoup affectée. C'était en période de grande activité pour la SMF. C'est grâce à Yvette Amice et Jean Giraud que s'est constitué la SCFCIEM (sous commission française de la commission internationale de l'enseignement mathématique). C'est grâce à Yvette Amice et à Georges Poitou que le projet de CIRM à Luminy a pris corps.

La décennie 1980-1990 devait la voir prendre d'autres responsabilités au plan national. En 1982, elle fut candidate à la présidence de Paris VII et elle aurait été une grande présidente d'université; mais il y eut des vents contraires et le projet avorta. Elle collabora alors à la direction des enseignements supérieurs, sans position en vue, mais avec une efficacité reconnue, dont Bernard Decomps a porté publiquement témoignage. Entre 1989 et 1991 elle fut membre du Conseil Supérieur de la Recherche et de la Technologie. Sa dernière apparition publique eut lieu en septembre 1991, quand Hubert Curien lui remit la légion d'honneur. Depuis, elle vivait entre son ordinateur, ses livres, ses proches, ses nouveaux amis à Praz-Coutant, son médecin le docteur Claude Sarrazin, profitant des dernières joies de l'existence et réglant avec son énergie coutumière les douloureux problèmes personnels qu'elle savait devoir lui survivre. Un hommage lui a été rendu les 28 et 29 mars 1994 à Paris, sous la forme d'un colloque scientifique consacré à l'analyse  $p$ -adique, au cours duquel on a pu mesurer l'impact de ses travaux.

Toute son oeuvre mathématique est relative à l'analyse  $p$ -adique qu'elle a fortement marquée au cours des trente dernières années avec ses collaborateurs, ses élèves directs ou indirects (Jean Fresnel, Alain Escassut, Jacques Velu, Bruno Kahn, Philippe Robba, Gilles Christol, Francois Levron, Pierrette Cassou-Nogues, Daniel Barsky, Jean-Paul Bezin, Bernard Guennebaud, Abdelbakhii Boutabaa,...). Les travaux fondateurs antérieurs ou parallèles à ceux d'Yvette Amice, avaient été ceux de K. Mahler en 1958 (dont nous allons dire un mot), de B. Dwork en 1960 sur la rationalité de la fonction Zêta associée à une variété algébrique sur un corps fini et de T. Kubota et H. W. Leopoldt en 1964 sur l'existence de fonctions  $L$   $p$ -adiques associées aux caractères de Dirichlet pairs. Le cadre doit être complété par le livre de Jean-Pierre Serre sur les corps locaux paru en 1962. On peut à la fois s'initier au sujet et apprécier ses progrès entre 1960 et 1975 en lisant le livre d'Yvette Amice sur les nombres  $p$ -adiques (PUF, 1975).

Voici le théorème de Mahler sous la forme que lui donne Yvette Amice.

Soit  $\mathcal{E}$ ,  $\|\cdot\|$ , un  $\mathbb{Q}_p$ -espace de Banach. Une base normale de  $\mathcal{E}$  est un ensemble de vecteurs  $(e_i)_{i \in \mathcal{I}}$ , de norme  $\|e_i\| = 1$  tel que tout vecteur  $x \in \mathcal{E}$  s'écrive de manière unique :

$$x = \sum_{i \in \mathcal{I}} x_i e_i, \quad x_i \in \mathbb{Q}_p, \quad \lim_i |x_i| = 0, \quad \|x\| = \sup_i |x_i|$$

*Théorème (Malher, 1958)*

Les polynômes  $\binom{x}{k}$  forment une base normale de l'espace  $\mathcal{C}(\mathbb{Z}_p, \mathbb{Q}_p)$ . Autrement dit, toute fonction  $f \in \mathcal{C}(\mathbb{Z}_p, \mathbb{Q}_p)$  s'écrit de manière unique :

$$f(x) = \sum_{n \geq 0} a_n(f) \binom{x}{n}$$

et

$$\|f\| = \sup_{x \in \mathbb{Z}_p} |f(x)| = \sup_{n \geq 0} |a_n|$$

Yvette Amice a fait de ce théorème un programme. Comment les propriétés de la fonction  $f$  se reflètent-elles sur les coefficients  $a_n$ ? Dans sa thèse, elle résoud complètement le problème pour l'analyticité. Elle montre qu'une fonction  $f \in \mathcal{C}(\mathbb{Z}_p, \mathbb{Q}_p)$  coïncide dans un voisinage de chaque point de  $\mathbb{Z}_p$  avec une fonction analytique si et seulement si la norme des coefficients d'interpolation  $a_n(f)$  décroît vers zéro géométriquement.

Plus tard, avec Fresnel, elle établit les propriétés de prolongement analytique des séries de Taylor  $\sum f(n)T^n$  ( $f \in \mathcal{C}(\mathbb{Z}_p, \mathbb{Q}_p)$ ,  $T \in \mathbb{C}_p$ ), qui donnent une nouvelle approche aux fonctions  $L$   $p$ -adiques de Kubota et Léopoldt.

Avec Velu, elle donne un nouvel outil, d'usage aujourd'hui constant, pour la construction des fonctions  $L$   $p$ -adiques; il s'agit d'une caractérisation des polynômes d'interpolation d'une fonction analytique sur la boule  $B(1, 1^-)$  dont l'ordre de croissance à la frontière est donné.

D'autres résultats tels l'exemple de corps local 2-dimensionnel qu'elle donne dans son étude sur la dualité ont été repris indépendamment et connaissent des applications importantes.

Yvette Amice avait à la fois parfaitement compris et dégagé les structures intéressantes en analyse  $p$ -adique, utilisé sa solide connaissance de l'analyse classique, forgé des outils nouveaux, atteint sur de nombreuses questions les meilleurs résultats possibles. La "technologie  $p$ -adique" qu'elle avait mise au point est encore en avance sur notre époque, et les jeunes chercheurs pourront dans l'étude de sa thèse et de ses travaux ultérieurs, trouver une inspiration et des instruments précieux.

**Quelques références :**

- 1– Y. Amice Séries d'interpolation sur un corps value, C. R. Acad. Sci. Paris, Série A, tome 256, 1963, pages 1650–1651
- 2– Y. Amice Interpolation des fonctions continues sur la boule unité d'un corps value complet localement compact, C. R. Acad. Sci. Paris, Série A, tome 256, 1963, pages 2742–2744
- 3– Y. Amice Un théorème de finitude, Annales Institut Fourier, tome 14, 1964, pages 527–531
- 4– Y. Amice Interpolation  $p$ -adique, Bull. Soc. Math. Fr, tome 92, 1964, pages 117–180
- 5– Y. Amice Interpolation  $p$ -adique, Les tendances géométriques en théorie des nombres, pages 15–25, Editions du CNRS, Paris 1966
- 6– Y. Amice & Jean Fresnel Fonctions zêta  $p$ -adiques des corps de nombres abéliens réels, Acta Arith, tome 20, 1972, pages 353–384
- 7– Y. Amice Géométrie et transcendance selon James Ax, Séminaire Delange–Pisot–Poitou, 12-ième année, exposé n°5, 1970, Secrétariat Mathématique, Institut Henri Poincaré, Paris 1972
- 8– Y. Amice Conjecture de Schanuel sur la transcendance d'exponentielles, d'après James Ax, Séminaire Bourbaki, 23-ième année exposé n° 382, 1970–1971, Springer, Lectures Notes, vol. 244, p.1–10, 1971
- 9– Y. Amice Limites Uniformes de polynômes dans un corps value complet non archimédien, Mémoire Soc. Math. Fr; Colloque de Théorie des Nombres (Bordeaux 1969), tome 25, 1971, pages 11–16
- 10– Y. Amice Intégration  $p$ -adique selon A. Volkenborn, Séminaire Delange–Pisot–Poitou, 13-ième année, 1971, exposé n°G4, Secrétariat Mathématique, Institut Henri Poincaré, Paris 1973
- 11– Y. Amice & A. Escassut Sur la non injectivité de la transformation de Fourier  $p$ -adique relative à  $\mathbb{Z}_p$ , C. R. Acad. Sci. Paris, Série A, tome 273, 1974, pages 583–585
- 12– Y. Amice Dual d'un espace  $H(D)$  et transformation de Fourier – Groupe d'étude d'Analyse Ultramétrique, 1-ière année, 1973/1974, exposé n°5, Secrétariat Mathématique, Institut Henri Poincaré, Paris 1975
- 13– Y. Amice & J. Velu Distributions  $p$ -adiques associées aux Séries de Hecke, Astérisque, tome 24–25, pages 119–131, 1975
- 14– Y. Amice Les nombres  $p$ -adiques, PUF, Collection Sup. Le mathématicien n° 14, Paris 1975
- 15– Y. Amice Duals, Proceedings of the conference on  $p$ -adic analysis (Nijmegen 1978), report 7806, Katholiecke Universiteit Nijmegen, 1978
- 16– Y. Amice Fonctions Gamma  $p$ -adiques associée à un caractère de Dirichlet – Groupe d'Etude d'Analyse Ultramétrique, 7/8-ième année,

1979/1981, exposé n°17, Secrétariat Mathématique, Institut Henri Poincaré, Paris 1982

**17– Y. Amice** Prolongement analytique des sommes de Gauss – Groupe d'Etude d'Analyse Ultramétrique, 9-ième année, 1981/1982, exposé n°13, Secrétariat Mathématique, Institut Henri Poincaré, Paris 1983

**18– Y. Amice** Prolongement analytique des sommes de Gauss II – Groupe d'Etude d'Analyse Ultramétrique, 9-ième année, 1981/1982, exposé n°J1, Secrétariat Mathématique, Institut Henri Poincaré, Paris 1983

**19– Y. Amice** Prolongement analytique des sommes de Gauss III – Groupe d'Etude d'Analyse Ultramétrique, 10-ième année, 1982/1983, exposé n°6, Secrétariat Mathématique, Institut Henri Poincaré, Paris 1984

**20– Y. Amice** Dilogarithmes  $p$ -adiques d'après R. Coleman – Groupe d'Etude d'Analyse Ultramétrique, 10-ième année, 1982/1983, exposé n°17, Secrétariat Mathématique, Institut Henri Poincaré, Paris 1984

**21– Y. Amice** Une démonstration analytique  $p$ -adique du théorème de Ferrero–Washington d'après D. Barsky – Séminaire de Théorie des Nombres de Paris, 1982–1983, pages 1–20, Progress in Math. n°51, Birkhauser Boston, Boston Mass., 1984

**22– Y. Amice & B. Kahn** Sommes de puissances dans les corps finis, Astérisque, Journées Arithmétiques de Genève, septembre 1991, tome 209, pages 115–135, 1992